


# Вестник Донского государственного технического университета

Теоретический и научно-практический журнал

## Vestnik of Don State Technical University

Том 19 № 3 2019
Vol. 19 no. 3 2019

ISSN 1992-5980
eISSN 1992-6006



DOI 10.23947/1992-5980

vestnik.donstu.ru

# ВЕСТНИК
## ДОНСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

**Т. 19, № 3**

**Теоретический
и научно-практический журнал**

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год
июль-сентябрь 2019 г.

**ISSN 1992-5980**
**eISSN 1992-6006**
**DOI: 10.23947/1992-5980**

***Учредитель и издатель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Донской государственный технический университет" (ДГТУ)***


***Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:***

*01.02.01 – Теоретическая механика (технические науки)*
*01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (технические науки)*
*01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (физико-математические науки)*
*01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (технические науки)*
*05.02.02 – Машиноведение системы приводов и детали машин (технические науки)*
*05.02.04 – Трение и износ в машинах (технические науки)*
*05.02.07 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)*
*05.02.08 – Технология машиностроения (технические науки)*
*05.02.10 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)*
*05.02.11 – Методы контроля и диагностика в машиностроении (технические науки)*
*05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей (технические науки)*
*05.13.17 – Теоретические основы информатики (технические науки)*
*05.13.18 – Математическое моделирование численные методы и комплексы программ (технические науки)*

***Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ),
а также в международной базе EBSCO
Является членом Directory of Open Access Journals (DOAJ),
Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и Cross Ref***


*Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций*

**Подписной индекс в каталоге «Роспечать» 35578**

***Над номером работали:***
И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия)
Подписано в печать 26.09.2019., дата выхода в свет 26.09.2019.
Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman» Печать цифровая. Усл. печ. л. 22,6.
Тираж 1000 экз. Заказ № 26/09 Цена свободная.



***Адрес учредителя, издателя и редакции:***
344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-372.
E-mail: vestnik@donstu.ru http://vestnik.donstu.ru/

# СОДЕРЖАНИЕ

*Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 3. С. 208–213. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*
*Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 3, pp. 208–213. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*

# МЕХАНИКА
# MECHANICS




УДК 539.3 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-208-213

## Задача о бесконечной пластине, нагруженной нормальной силой, движущейся по сложной траектории[*]

**А. В. Галабурдин**[1**]
[1] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## The problem of infinite plate loaded with normal force following a complex trajectory[***]

**A. V. Galaburdin**[1**]
[1] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Предлагается метод решения задачи о бесконечной пластине, лежащей на упругом основании. На пластину действует периодическая нагрузка в виде силы, перемещающейся по произвольной замкнутой траектории. Цель исследования — разработка численного метода решения задач теории упругости для тел, находящихся под действием подвижной нагрузки.
*Материалы и методы*. Учитывая периодичность рассматриваемой нагрузки, она раскладывается в ряд Фурье на временном отрезке, длина которого равна периоду нагрузки. Решение исходной задачи строится посредством суперпозиции решений задач, соответствующих нагрузке, задаваемой слагаемыми описанного выше ряда Фурье. Окончательное решение задачи представляется в виде отрезка ряда. Каждое слагаемое при этом соответствует решению задачи о воздействии на бесконечную пластину нагрузки, распределенной по замкнутой кривой (траектории движения силы). Для нахождения этих решений используется фундаментальное решение уравнения колебания бесконечной пластины, лежащей на упругом основании.
*Результаты исследования*. Предложен новый метод решения задач теории упругости для тел с нагрузкой, движущейся по замкнутой траектории произвольной формы. Решена задача о бесконечной плоскости, по которой с постоянной скоростью движется сосредоточенная сила. Определено, что траектория движения представляет собой гладкую замкнутую кривую, состоящую из дуг окружностей. Рассмотрен характер изменения перемещений и напряжений вблизи движущейся силы. Изучено распространение энергии упругих волн. С этой целью выполнено вычисление координат вектора Умова — Пойтинга. Исследовано влияние скорости движения силы на длину вектора Умова — Пойтинга.
*Обсуждение и заключения.* Метод применим и при рассмотрении более сложных объектов (плиты сложной формы, слоистые плиты, вязкоупругие плиты). Его преимущество — экономичность, так как для построения решения используются уже известные решения задач. Окончательное решение выражается в удобном виде — как сумма криволинейных интегралов. Полученные результаты могут быть ис-

*Introduction.* A method for solving the problem of an infinite plate on an elastic foundation is proposed. The plate is affected by a periodic load in the form of a force following an arbitrary closed path. The work objective is to develop a numerical method for solving problems of the elasticity theory for bodies under a moving load.
*Materials and Methods.* Given the periodicity of the load under consideration, it is decomposed in a Fourier series in a time interval whose length is equal to the load period. The solution to the original problem is constructed by superposition of the solutions to the problems corresponding to the load specified by the terms of the Fourier series described above. The final solution to the problem is presented as a segment of a series. In this case, each term corresponds to the solution of the problem of the impact on an infinite plate of a load distributed along a closed curve (the trajectory of the force motion). To find these solutions, the fundamental solution to the equation of vibration of an infinite plate lying on an elastic base is used.
*Research Results.* A new method is proposed for solving problems on the elasticity theory for bodies with a load following a closed path of arbitrary shape. The problem of an infinite plane along which a concentrated force moves at a constant speed is solved. It is determined that the trajectory of motion is a smooth closed curve consisting of circular arcs. The behavior of displacements and stresses near a moving force is considered. The energy propagation of the elastic waves is studied. For this purpose, the coordinates of the Umov – Poynting vector are calculated. The effect of the force motion speed on the length of the Umov – Poynting vector is investigated.
*Discussion and Conclusions.* The method is applicable when considering more complex objects (plates of complex shape, layered plates, viscoelastic plates). Its advantage is profitability since the known problem solutions are used to build the solution. The final decision is expressed in a convenient form – as



[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: Galaburdin@mail.ru
[***] The research is done within the frame of the independent R&D.

пользованы в процессе проектирования дорог. Изучение распространения энергии упругих волн от движущихся транспортных средств позволит оценить воздействие указанных волн на строения, расположенные вблизи дороги. С учетом данных о характере изменения перемещений и напряжений оценивается износ дорожного покрытия.

the sum of curvilinear integrals. The results obtained can be used in the road design process. Studying the energy propagation of elastic waves from moving vehicles will enable to evaluate the impact of these waves on buildings near the road. The wear of the pavement is estimated considering data on the behavior of displacements and stresses.

**Ключевые слова:** бесконечная пластина, движущаяся нагрузка, произвольная замкнутая траектория, энергия упругих волн.

**Keywords**: infinite plate, moving force, arbitrary closed path, energy of elastic waves

***Образец для цитирования:*** Галабурдин, А. В. Задача о бесконечной пластине, нагруженной нормальной силой, движущейся по сложной траектории / А. В. Галабурдин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 208−213. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-208-213

***For citation:*** A.V. Galaburdin. The problem of infinite plate loaded with normal force following a complex trajectory. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 208−213. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-208-213

**Введение.** Исследование динамических явлений, обусловленных действием подвижной нагрузки, представляет собой актуальную задачу, имеющую прикладное значение (например, при решении вопросов развития транспорта). В работах, посвященных указанной проблеме, рассматривались различные задачи с подвижной нагрузкой. В частности, показано, как на полуплоскость или полупространство (упругое изотропное, трансверсальное изотропное, вязкоупругое) действует нагрузка, движущаяся по бесконечной прямой линии с постоянной скоростью. В этом случае при решении задачи вводится подвижная система координат, связанная с движущейся силой, что позволяет исключить время из числа независимых переменных [1–5]. Часть работ посвящена изучению действия на бесконечную пластину или полосу (упругую или вязкоупругую) равномерно движущейся по прямолинейной траектории нагрузки. При этом используется тот же метод исключения временной переменной или рассматривается квазистатическая постановка задачи [6–12]. Наибольший интерес представляют задачи, в которых длина траектории движения нагрузки конечна, а сама траектория представляет собой кривую линию. Часто этом случае используется конечноэлементное моделирование движущейся нагрузки [11–13]. В ряде работ при решении подобных задач используются вариационные методы (в частности метод Рэлея — Ритца) [14–16] или разновидность метода Галеркина, позволяющая сводить задачу к обыкновенным дифференциальным уравнениям. При этом рассматриваются разнообразные объекты приложения подвижной нагрузки (плиты, слоистые плиты, вязкоупругие плиты, полупространства — как изотропные, так и анизотропные) [17–19]. В данной статье представлен метод, который развивает идеи, изложенные в работах [20–23].

**Материалы и методы.** Рассмотрим бесконечную пластину, лежащую на упругом винклеровском основании, которая находится под действием нормально приложенной силы, перемещающейся по замкнутой траектории.

Задача сводится к интегрированию уравнения движения пластины, лежащей на упругом винклеровском основании [14]:

$$\Delta^2 W + c^{-2}\partial_t^2 W + kW = \frac{P}{D}, \quad (1)$$

где $W$ — прогиб пластины; $D = \dfrac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$; $E$ — модуль Юнга; $\nu$ — коэффициент Пуассона; $h$ — толщина пластины; $c^{-2} = \dfrac{\rho h}{D}$; $\rho$ — плотность материала; $k = \dfrac{K}{D}$; $K$ — коэффициент податливости упругого основания; $P$ — сосредоточенная сила, движущаяся по замкнутой кривой $\gamma$ с постоянной скоростью $a$.

Введем координату $s$, отсчитываемую от некоторой фиксированной точки кривой $\gamma$. Тогда сила $P$, движущаяся вдоль кривой $\gamma$ со скоростью $a$, будет описываться соотношением $P = P(s-at)$. Функция $P(s-at)$ периодическая по $t$, с периодом $T = \dfrac{L}{a}$, где $L$ — длина кривой $\gamma$.

**Решение.** Рассмотрим установившийся режим. Разложим функцию $P(s-at)$ в ряд Фурье по переменной $t$ на отрезке $\left[-\dfrac{L}{2a};\dfrac{L}{2a}\right]$. В этом случае коэффициенты разложения предстанут виде:

$$c_k = \int_{-L/2a}^{L/2a} P(s-at)e^{2iak\pi t/L}dt .$$

Сделав замену переменной интегрирования в интеграле $s-at=z$, получим:

$$c_k = \int_{-L/2}^{L/2} P(z)e^{-2ik\pi z/L}dz\,\frac{e^{2ik\pi s/L}}{a} = d_{-k}\,\frac{e^{2ik\pi s/L}}{a} ,$$

где $d_k$ — коэффициенты разложения в ряд Фурье на отрезке $\left[-\frac{L}{2};\frac{L}{2}\right]$ функции $P(z)$.

Тогда подвижную нагрузку можно представить в виде ряда Фурье:

$$P(s-at) = \frac{1}{a}\sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{-k}e^{2ik\pi(s-at)/L} .$$

Учитывая линейность задачи, ее решение можно представить в виде:

$$W = \sum_{k=-\infty}^{\infty} d_{-k}\hat{W}_k , \qquad (2)$$

где $\hat{W}_k$ — прогибы пластины, обусловленные действием вертикальной нагрузки, распределение которой вдоль кривой $\gamma$ описывается функцией $e^{2ik\pi s/L}$, изменяющейся во времени по закону $e^{-2ika\pi t/L}$.

Для определения $\hat{W}_k$ воспользуемся фундаментальным решением уравнения (1), которое соответствует $P = \delta(x-x_0)\delta(y-y_0)e^{-i\omega_k t}$, где $\omega_k = \frac{2ika\pi}{L}$.

Используя принцип предельного поглощения и традиционные методы построения решений дифференциальных уравнений, можно получить фундаментальное решение уравнения (1), которое при $k > \frac{\omega_\kappa^2}{c^2}$ имеет вид:

$$w_k(x,y,x_0,y_0) = \frac{i}{4\pi\varepsilon^2 D}\left[K_0(\alpha_1 R) - K_0(\alpha_2 R)\right],$$

где $R = \left[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2\right]^{1/2}$, $\varepsilon = \sqrt[4]{k - \omega_k^2/c^2}$, $\alpha_1 = \varepsilon e^{i\pi/4}$, $\alpha_1 = \varepsilon e^{-i\pi/4}$, $K_0(z)$ — функция Макдональда.

При $k < \frac{\omega_k^2}{c^2}$ решение имеет вид:

$$w_k(x,y,x_0,y_0) = \frac{i}{4\pi\gamma^2 D}\left[\frac{\pi i}{2}H_0^{(1)}(\gamma R) - K_0(\gamma R)\right],$$

где $\gamma = \sqrt[4]{\frac{\omega_k^2}{c^2} - k}$, $H_0^{(1)}(\gamma R)$ — функция Ганкеля.

Тогда $\hat{W}_k = \oint_\gamma w_k(x,y,x_0(s),y_0(s))e^{2ik\pi(s-at)/L}ds$. Используя известные формулы теории тонких пластин и полученную по приведенным выше соотношениям формулу, определяющую прогиб $W$ (2), можно вычислить перемещения $u_x$, $u_y$ и напряжения $\sigma_x$, $\sigma_y$ и $\sigma_{xy}$ в любой точке пластины.

При больших $k$ приходится вычислять интеграл от быстро осциллирующих функций. Для этого использовалась квадратурная формула, основанная на замене кубическим сплайном слабо осциллирующей части подынтегральной функции, а сильно осциллирующий множитель $e^{2ik\pi s/L}$ рассматривался как весовая функция [15].

**Результаты исследования.** Итак, бесконечная пластина лежит на упругом винклеровском основании. На нее действует нормальная сила, перемещающаяся по траектории, изображенной на рис 1.

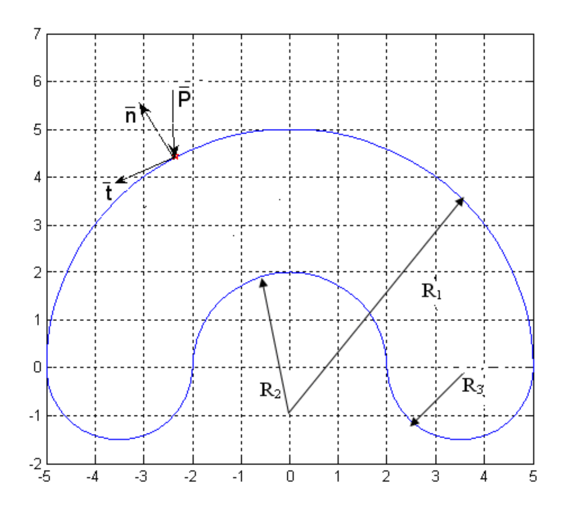



Рис. 1. Траектория движения нагрузки

Расчеты проводились при следующих исходных данных: $h = 0{,}25$ м; $c = 221$ м/с; $E = 232469 \cdot 10$ $H$/м$^2$; $\nu = 0{,}36$. На рис. 2 приведены результаты расчетов, соответствующие $K = 1{,}864$ м$^{-4}$ и $a = 125$м/с.

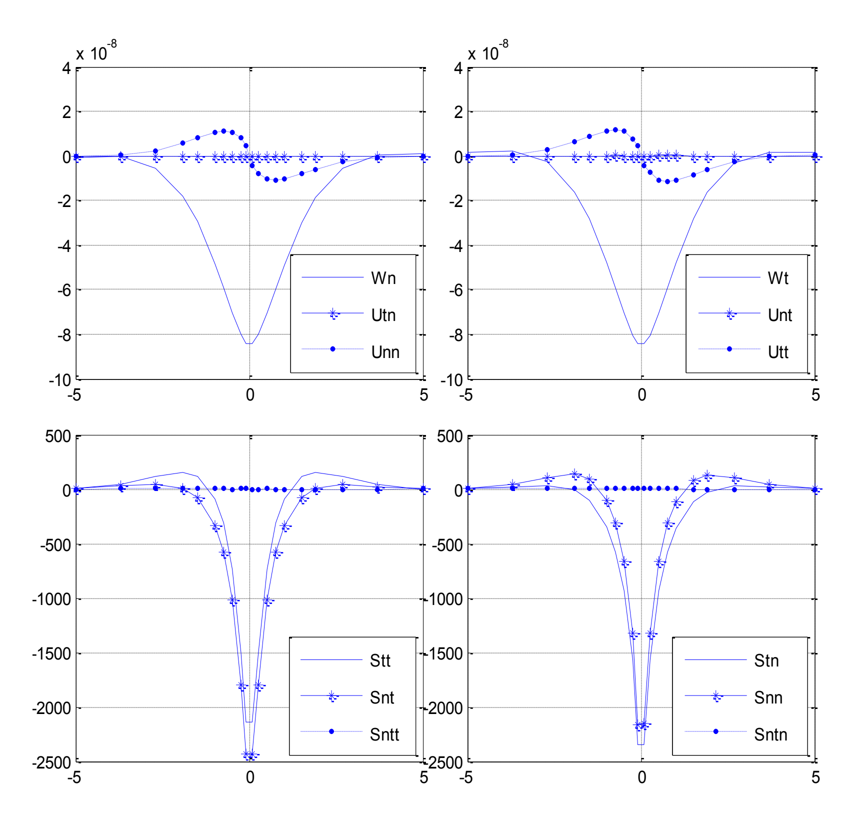



Рис. 2. Изменение перемещений и напряжений

Данные графики описывают изменения перемещений и напряжений в системе координат, связанной с точкой приложения движущейся силы *P*. Ось *t* направлена по касательной к траектории движения $\bar{t}$ , а ось *n* — по внешней нормали к области, ограниченной траекторией $\bar{n}$ (см. рис. 1) при $z = h/2$ .

При этом вектор перемещений и тензор напряжений соответственно представлялись в виде

$$\bar{U} = Ut \cdot \bar{t} + Un \cdot \bar{n} + W \cdot \bar{k}\ ,\ \bar{\bar{S}} = St \cdot \overline{tt} + Sn \cdot \overline{nn} + Stn \cdot \left(\overline{tn} + \overline{nt}\right),$$

где $\bar{k}$ — нормаль к пластине.

На рис. 2 показано изменение вдоль оси *t* компонент вектора перемещений $Wt, Utt, Unt$ , тензора напряжений $Stt, Snt, Stnt$ и изменение этих величин вдоль оси *n* — $Wn, Utn, Unn$ и $Stn, Snn, Stnn$ .

Согласно расчетам, характер поведения указанных величин во всех точках траектории остается неизменным. Расчеты показали также, что при изменении скорости движения нагрузки *a* в пределах от 0 до 125 м/с компоненты вектора перемещений и тензора напряжений возрастали незначительно (на 3–4%).

Для изучения распространения энергии упругих волн вычислялись компоненты вектора Умова − Пойтинга $e_i = -S_{ij} \cdot \partial_t u_i$ ($S_{ij}$ — компоненты тензора напряжений, $u_i$ — координаты вектора перемещений), направление которого указывает направление распространения энергии, а длина описывает количество энергии, переносимое через единицу поверхности, перпендикулярной к направлению данного вектора в единицу времени.

На рис. 3. представлено распространение энергии упругих волн около движущейся сосредоточенной силы (положение силы обозначено красной звездочкой).

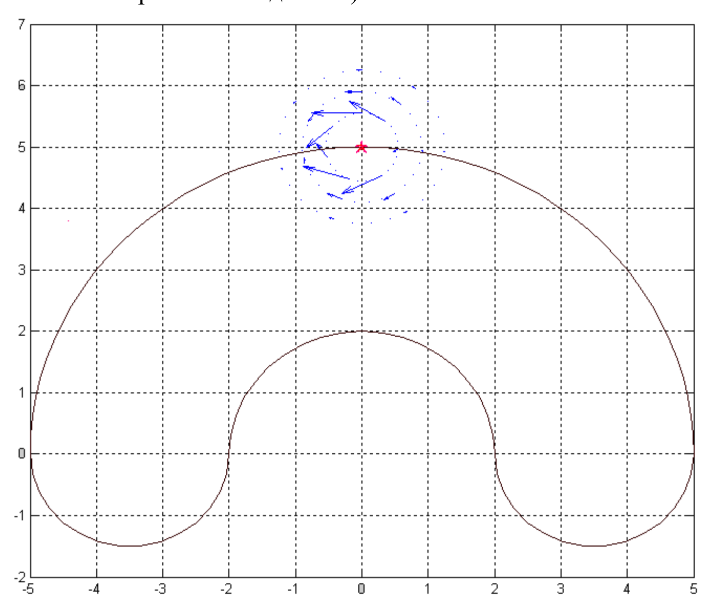



Рис. 3. Распространение энергии упругих волн

**Обсуждение и заключения.** Анализ полученных результатов показывает, что при указанных выше пределах изменения скорости длина вектора Умова − Пойтинга практически пропорциональна скорости движения нагрузки и качественная картина распространения энергии вблизи силы слабо изменяется в процессе движения. Характер поведения рассчитанных выше перемещений и напряжений во всех точках траектории остается неизменным, а их значения слабо зависят от скорости движения нагрузки $a$ при изменении этой скорости в пределах от 0 до 125 м/с.

Применение предложенного метода к бесконечной пластине, лежащей на упругом основании, не исчерпывает его возможности. Он может быть использован при рассмотрении более сложных объектов (плиты сложной формы, слоистые плиты, вязкоупругие плиты). Рассмотренный метод отличается от упомянутых выше большей экономичностью, так как использует для построения решения уже известные решения задач. Окончательное решение выражается в удобном виде — как сумма криволинейных интегралов.

Полученные результаты могут быть использованы в процессе проектирования дорог. Изучение распространения энергии упругих волн от движущихся транспортных средств позволит оценить воздействие указанных волн на строения, расположенные вблизи дороги. С учетом данных о характере изменения перемещений и напряжений оценивается износ дорожного покрытия.

**Библиографический список**

1. Александров, В. М. Движение с постоянной скоростью жесткого штампа по границе вязкоупругой полуплоскости / В. М. Александров, А. В. Марк // Трение и износ. — 2006. — Т. 27, № 1. — С. 5–11.

2. Ege, N. Response of a 3D elastic half-space to a distributed moving load / N. Ege, O. Sahin, B. Erbas // Hacettepe Journal of Mathematics and Statistics. — 2017. — Vol. 46 (5). — С. 817–828. DOI: 10.15672 /HJMS.2017.434.

3. On a 3D moving load problem for an elastic half space / J. Kaplunov [et al.] // Wave Motion. — 2013. — Vol. 50. — С. 1229–1238. DOI:10.1016/j.wavemoti.2012.12.008.

4. Динамика слоистого полупространства под действием движущейся и осциллирующей нагрузки / В. В. Калинчук [и др.] // Вестник Юж. науч. центра РАН. — 2005. — Т. 1, № 1. — С. 3–11.

5. Приказчиков, Д. А. Околорезонансные режимы в стационарной задаче о подвижной нагрузке в случае трансверсально изотропной упругой полуплоскости / Д. А. Приказчиков // Известия Саратов. ун-та. — 2015. — Т. 15. — С. 215–221.

6. Chen, Y. Dynamic response of an elastic plate on a cross-anisotropic poroelastic halfplane to a load moving on its surface / Y. Chen, N. D. Beskou, J. Qian // Soil Dynamics and Earthquake Engineering. — 2018. — Vol. 107. — С. 292–302.

7. Beskou, N. D. Dynamic response of an elastic plate on a cross-anisotropic elastic half-plane to a load moving on its surface / N. D. Beskou, Y. Chen, J. Qian // Transportation Geotechnics. — 2018. — Vol. 14. — С. 98–106.

8. Облакова, Т. В. О резонансном режиме в нестационарной задаче о подвижной нагрузке для упругого полупространства / Т. В. Облакова, Д. А. Приказчиков // Инженерный журнал: наука и инновации. — 2013. — Т. 9. — С. 1–8.

9. Kaplunov, J. The edge wave on an elastically supported Kirchhoff plate / J. Kaplunov [et al.] // The Journal of the Acoustical Society of America. — 2014. — Vol. 136, № 4. — С. 1487–1490. DOI: 10.1121/1.4894795.

10. Глухов, Ю. П. Динамическая задача для двухслойной полосы на жестком основании / Ю. П. Глухов // Труды Одесского политехнического университета. — 2014. — Вып. 2. — С. 9–14.

11. Егорычев, О. О. Воздействие подвижной нагрузки на многослойную вязкоупругую пластину, лежащую на вязкоупругом основании / О. О. Егорычев // Вестник МГСУ. — 2007. — Вып. 1. — С. 39–42.

12. Досжанов, М. Ж. Динамическое поведение безграничной упругой пластинки при воздействии подвижной (бегущей) нагрузки / М. Ж. Досжанов [и др.] // Путь науки. — 2016. — Т. 1, № 11 (33). — С. 26–28.

13. Шишмарев, К. А. Постановка задачи о вязкоупругих колебаниях ледовой пластины в канале в результате движения нагрузки / К. А. Шишмарев // Известия Алтай. гос. ун-та. — 2015 — № 1/2 (85). — С. 189–194. DOI 10.14258/izvasu(2015) 1.2–35.

14. Dyniewicz, B. Vibrations of a Mindlin plate subjected to a pair of inertial loads moving in opposite directions / B. Dyniewicz, D. Pisarski, C. Bajer // Journal of Sound and Vibration. — 2017. — Vol. 386. — С. 265–282.

15. Esen, I. A new finite element for transverse vibration of rectangular thin plates under a moving mass / I. Esen // Finite Elements in Analysis and Design. — 2013. — Vol. 66. — С. 26–35.

16. Song, Q. Vibration analysis of functionally graded plate with a moving mass / Q. Song, J. Shi, Z. Liu // Applied Mathematical Modelling. — 2017. — Vol. 46. — С. 141–160.

17. Parametric study of dynamic response of sandwich plate under moving loads / Q. Song [et al.] // Thin-Walled Structures. — 2018. — Vol. 123. — С. 82–99.

18. Time-domain structural-acoustic analysis of composite plates subjected to moving dynamic loads / Y. Qu [et al.] // Composite Structures. — 2019. — Vol. 208. — С. 574–584.

19. Foyouzat, M. A. An analytical-numerical solution to assess the dynamic response of viscoelastic plates to a moving mass / M. A. Foyouzat, H. E. Estekanchi, M. Mofid // Applied Mathematical Modelling. — 2018. — Vol. 54. — С. 670–696.

20. Галабурдин, А. В. Применение метода граничных интегральных уравнений к решению связных задач термоупругости с подвижной нагрузкой / А. В. Галабурдин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2012. — № 4. — С. 29–31.

21. Галабурдин, А. В. Применение метода граничных интегральных уравнений к решению задач о движущейся нагрузке / А. В. Галабурдин // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2015. — № 1. — С. 9–11.

22. Рекач, В. Г. Руководство к решению задач прикладной теории упругости / В. Г. Рекач. — Москва : Высшая школа, 1973. — 384 с.

23. Завьялов, Ю. С. Методы сплайн-функции / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, А. Л. Мирошниченко. — Москва : Наука, 1980. — 352 с.

Сдана в редакцию 25.02.2019
Принята к публикации 05.04.2019

***Об авторе:***

**Галабурдин Александр Васильевич,**
доцент кафедры «Математика и информатика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент
ORCID: http://orcid.org/0000-0003-0411-6724
Galaburdin@mail.ru

*Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 3. С. 214–220. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*
*Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 3, pp. 214–220. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE




УДК 621.9.048:539.3 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220

## Метод конечных элементов в моделировании центробежно-ротационной обработки[*]

**А. Н. Соловьев[1], М. А. Тамаркин[2], Нгуен Ван Тхо[3**]**
[1,2,3]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Университет Хайфона, г. Хайфон, Социалистическая Республика Вьетнам

## Finite element modeling method of centrifugal rotary processing[***]

**A. N. Soloviev[1], M. A. Tamarkin[2], Nguyen Van Tho[3**]**
[1,2,3] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] Hai Phong University, Hai Phong City, Socialist Republic of Vietnam

*Введение.* В современном производстве при выполнении финишных операций важную роль играет центробежно-ротационная обработка в среде абразива. Основные преимущества этого метода отделочно-зачистной обработки: высокая производительность, низкая себестоимость и широкие технологические возможности. В данном исследовании рассматривается процесс взаимодействия абразивной частицы с поверхностью детали в рамках статической контактной задачи теории упругости. При этом учитывается пластическая деформация в области контакта.
*Материалы и методы.* Абразивная частица (корунд) моделируется линейно упругим телом, модуль Юнга которого значительно больше, чем у обрабатываемого материала. Обрабатываемый материал (сталь) моделируется упруго пластическим билинейным телом с применением критерия пластичности Мизеса.
*Результаты исследования.* Выполнено конечноэлементное моделирование рассматриваемых конструкций в CAE-пакете ANSYS. Смоделирован процесс взаимодействия абразивной частицы и поверхности детали, проанализировано ее напряженно-деформированное состояние. Представлены результаты численных экспериментов, которые позволили установить, как распределяются эквивалентные пластические деформации при глубинах внедрения конуса 0,01 мм и 0,05 мм. Полученные данные, а также области значений пластической деформации более 1 % визуализированы в CAE-пакете ANSYS.
*Обсуждение и заключения.* Установлено, что эквивалентная пластическая деформация пропорциональна глубине внедрения (ГВ). Она достигает минимального значения 0,158 при ГВ = 0,01 мм, максимального 0,825 — при ГВ = 0,05 мм. Определены зависимости размеров области пластической деформации от ГВ для случаев, когда пластическая деформация превышает 1 %. При максимальном внедрении (0,05 мм) радиус деформации составляет 1 мм, глубина — 0,8 мм. На основе данных, полученных в результате проведенного исследования, могут быть выбраны параметры технологического процесса (скорость враще-

*Introduction.* In modern production, when performing finishing operations, centrifugal rotary processing in the medium of abrasive plays an important role. High productivity, low costs and extensive technological capabilities are the main advantages of these cleaning and finishing operations. This paper considers the process of abrasive particle – workpiece surface interaction within the framework of the static contact problem of the elasticity theory. Thus, plastic deformation in the contact area comes into account.
*Materials and Methods.* The abrasive particle (corundum) is simulated with a linearly elastic body, whose Young's modulus is significantly larger than that of the work material. The process material (steel) is simulated with an elastoplastic bilinear body using the von Mises yield criterion.
*Research Results.* Finite element modeling of the structures under consideration was performed in the ANSYS CAE package. The process of abrasive particle – workpiece surface interaction was simulated; its stress-strain state was analyzed. The results of numerical experiments are presented. They have determined how equivalent plastic strains are distributed at depths of the cone penetration of 0.01 mm and 0.05 mm. The data obtained, as well as the areas of plastic strain values of more than 1%, are visualized in the ANSYS CAE package.
*Discussion and Conclusions.* It is established that the equivalent plastic deformation is proportional to the depth of penetration (DP). It reaches a minimum value of 0.158 at DP = 0.01 mm, and a maximum of 0.825 at DP = 0.05 mm. The dependences of the plastic region sizes on DP are determined for cases when the plastic deformation exceeds 1%. At the maximum penetration (0.05 mm), the deformation radius is 1 mm, and the depth is 0.8 mm.
On the basis of the data obtained as a result of the conducted research, the parameters of the technological process (rota-



[*]Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**]E-mail: solovievarc@gmail.com, tehn_rostov@gmail.ru, thonguyen239@gmail.com
[***]The research is done within the frame of the independent R&D.

ния, размер абразивной поверхности, масса абразивных частиц), которые влияют на взаимодействие между деталью и абразивной частицей. Рациональный выбор этих параметров позволит повысить эффективность обработ ки.

tional speed, size of the abrasive surface, mass of abrasive particles) that affect the workpiece – abrasive particle interaction can be selected. A judicious choice of these parameters will increase the processing efficiency.

**Ключевые слова:** центробежно-ротационной обработки, абразивная обработка, контактная задача, пластичность, метод конечных элементов.

**Keywords**: centrifugal rotary processing, abrasive treatment, contact problem, plasticity, finite element method.

***Образец для цитирования:*** Соловьев, А. Н. Метод конечных элементов в моделировании центробежно-ротационной обработки / А. Н. Соловьев, М. А. Тамаркин, Нгуен Ван Тхо // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 214–220. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220

***For citation:*** A.N. Soloviev, et al. Finite element modeling method of centrifugal rotary processing. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 214–220. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-214-220

**Введение.** В современном производстве при выполнении финишных операций важную роль играет центробежно-ротационная обработка (ЦРО) в среде абразива. Основные преимущества этого метода отделочно-зачистной обработки: высокая производительность, низкая себестоимость и широкие технологические возможности. В данном исследовании рассматривается процесс взаимодействия абразивной частицы с поверхностью заготовки в рамках статической задачи теории упругости. При этом учитывается пластическая деформация в области контакта. Элемент абразивного зерна в виде усеченного конуса (точнее: круг меньшего диаметра этого конуса) взаимодействует с поверхностью детали. При этом следует учитывать трение и пластическую деформацию данной поверхности. Кинематические или силовые граничные условия применяются к кругу большего диаметра. В случае кинематических условий заданы нормальное и тангенциальное смещения окружности и ее вращение. В случае силовых условий задаются сила и момент. Исследуются поля напряжений и эквивалентных пластических деформаций вблизи области контакта.

**Моделирование геометрии абразивной частицы центробежно-ротационной обработки.** Сущность метода ЦРО состоит в том, что абразивные частицы 3 и обрабатываемые детали 4 (рис. 1 [1]) загружаются в рабочую камеру и приводятся во вращательное движение вокруг вертикальной оси таким образом, что вся масса загрузки приобретает форму тора [2, 3], в котором частицы движутся по спиральным траекториям.

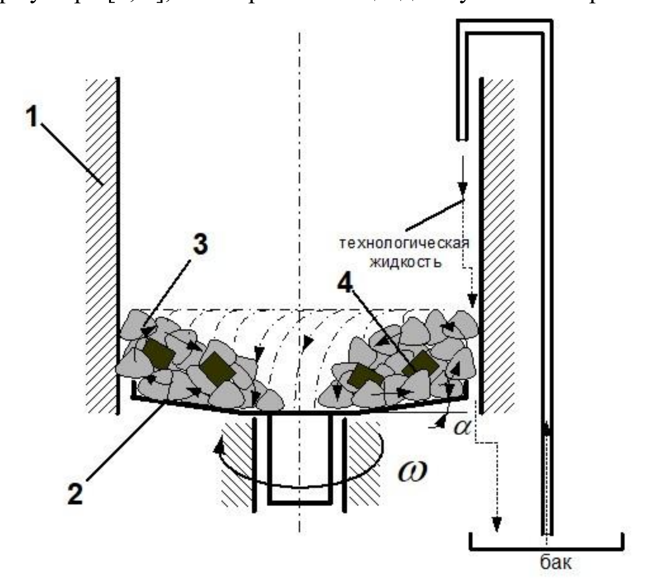



Рис. 1. Центробежно-ротационная обработка в среде абразива:
1 — неподвижная цилиндрическая обечайка; 2 — ротор; 3 — абразивное зерно; 4 — обрабатываемые детали

Тороидально-винтовой поток обеспечивается конструкцией рабочей камеры станка, состоящей из неподвижной цилиндрической обечайки 1 и примыкающего к ней вращающегося дна (ротора) 2, имеющего в распространенном варианте форму тарели. Детали 4 загружаются в рабочую камеру навалом вместе с абразивными частицами 3. Для уменьшения износа внутренние поверхности дна и неподвижной части рабочей камеры покрывают износостойким материалом. Чаще всего используются резиновые или полиуретановые покрытия.

Схема построения модели внедрения индентора в виде усеченного конуса предполагает сферическую форму абразивной гранулы с набором усеченных конусов [3]. Примерное представление о геометрии сферической абразивной частицы показано на рис. 2 [4].

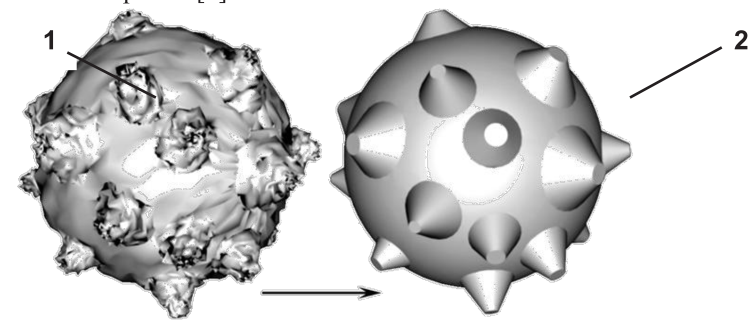



Рис. 2. Геометрия сферической абразивной гранулы: 1 — приближенная к реальной; 2 — моделируемая

Согласно модели, абразивное зерно имеет форму усеченного конуса. Такая модель позволяет учесть всегда имеющее место затупление абразивных зерен. На рис. 3 представлена схема взаимодействия абразивной частицы и детали [5].

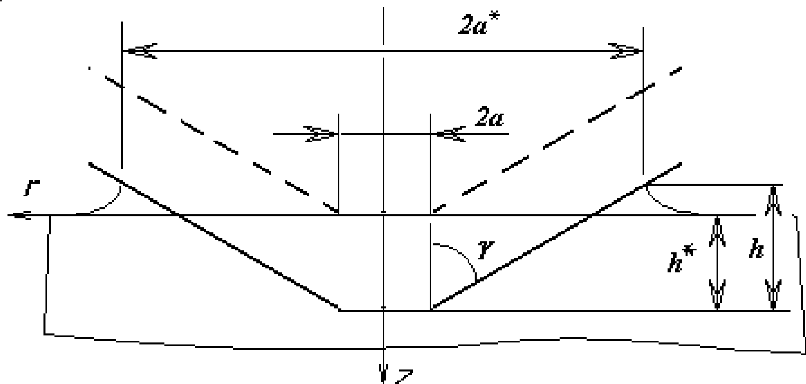



Рис. 3. Схема внедрения индентора в виде усеченного конуса

В силе, действующей на индентор, выделяют нормальную и касательную составляющие [2]. Согласно работе А. Н. Бескопыльного [5], нормальная составляющая силы резания равна:

$$P = \begin{cases} 2ah^* E^*, & h^* \le h^*_{cr} \\ \chi \left( \dfrac{h^* + C_1}{C} \right)^2, & h^* > h^*_{cr} \end{cases},$$

где $C = \left(1-\delta^*\right) ctg(\gamma) + \chi \dfrac{(1-2/\pi)}{2E^*}$; $C_1 = a\left(1-\delta^*\right) ctg(\gamma)$; $\delta^*$ — относительная высота наплыва;

$E^*$ — приведенный модуль упругости; $h^*$ — глубина внедрения зерна; $\chi = \dfrac{\pi}{2}\lambda\sigma_T$ — параметр пластичности.

**Математическая модель.** Оптимизация процесса истирания требует разработки усовершенствованных моделей фрикционного взаимодействия между абразивными частицами и поверхностью металлического компонента. В этой модели необходимо учитывать нагрев и износ поверхности из-за удара и скольжения абразивной частицы.

При абразивной обработке происходит контактное взаимодействие, приводящее с износу и разогреву поверхности обрабатываемой детали. Основные данные о процессах трения и износа представлены в [6]. Обработка в ротационной камере описана М. А. Тамаркиным и его учениками [1–5]. Особенностям этого процесса посвящены работы [7–9].

В представленной статье контактное взаимодействие абразивной частицы и поверхности детали рассматривается в рамках осесимметричной деформации фрагмента абразивной частицы с поверхностью обрабатываемой детали. Фрагмент абразивной частицы представляет собой усеченный конус, меньшее основание которого взаимодействует с поверхностью детали (рис. 4).

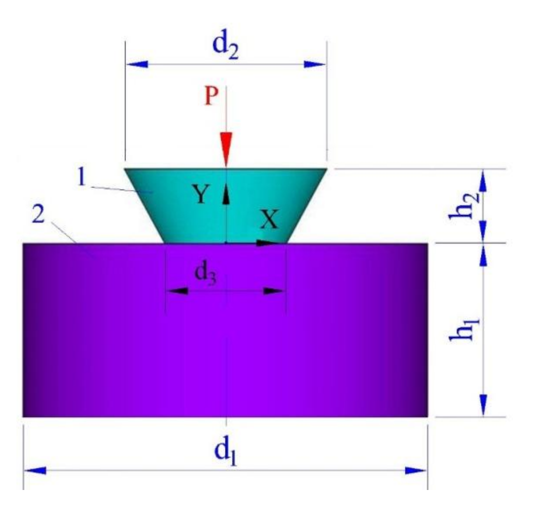



Рис. 4. Модель частицы и детали: 1 — абразивная частица; 2 — деталь

Согласно модели, абразивная частица (корунд) — это линейно упругое тело, модуль Юнга которого значительно больше, чем у обрабатываемого материала. Обрабатываемый материал (сталь) моделируется как упруго пластическое билинейное тело. При этом применяется критерий пластичности Мизеса [10].

Абразивная частица и деталь контактируют без трения. Контактными поверхностями являются верхняя плоскость детали, меньшее основание и боковая поверхность конуса. Нижняя плоскость и боковая поверхность детали закреплены по нормали. На большем основании усеченного конуса заданы граничные условия: силовые (равномерно распределенное давление) или кинематические (вертикальное перемещение). Рассматривается внедрение частицы в деталь, исследуются зона пластических деформаций и их максимальные значения.

**Метод решения.** Для решения описанных краевых задач используется метод конечных элементов, реализованный в CAE-пакете ANSYS. На рис. 5 представлена конечноэлементная сетка первой задачи.

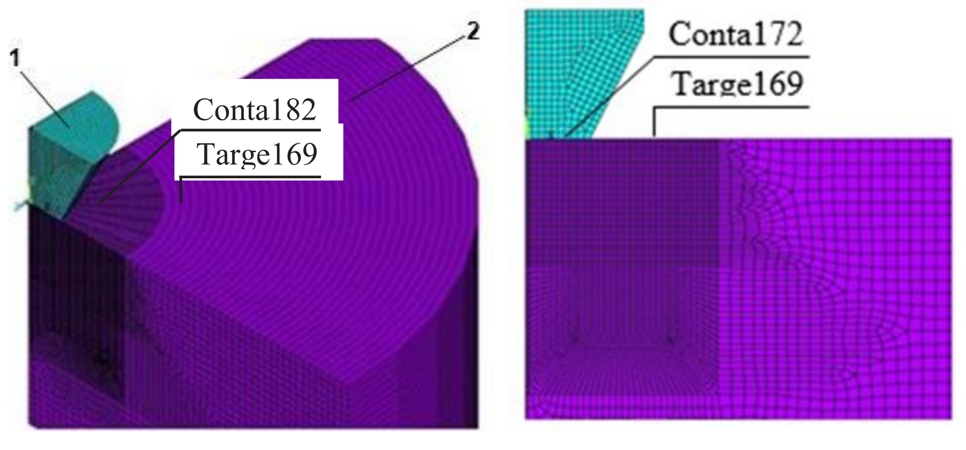
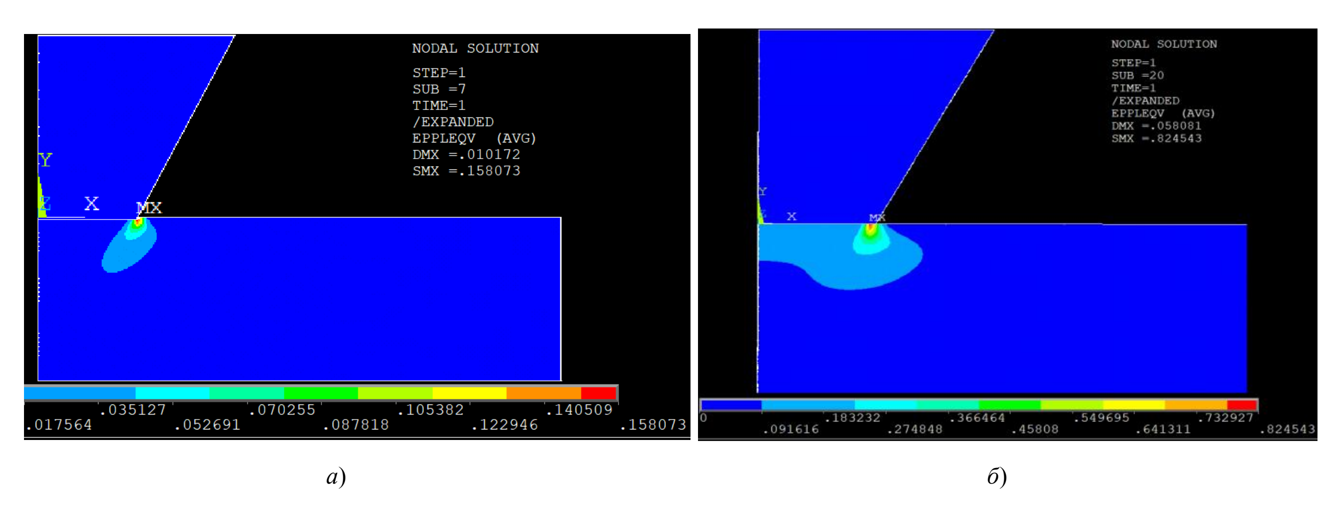



Рис. 5. Конечноэлементное разбиение в контактной задаче: 1 — абразивная частица; 2 — деталь

В области контакта и возможной пластической деформации выполнено сгущение сетки. Используются конечные элементы PLANE183 (материал 1), PLANE182 (материал 2) и TARGE169, CONTA172 для поверхностей контакта. Абразивная частица и деталь симметричны, поэтому исследуется половина осевого сечения (рис. 5).

**Результаты численных экспериментов.** В численных расчетах в задаче использовались следующие данные: радиусы усеченного конуса — 0,5 мм и 1 мм; высота конуса — 1 мм; радиус детали — 5 мм; толщина — 3 мм. Модуль Юнга материала 1 равен $2\times10^6$ ГПа; коэффициент Пуассона — 0,3. Модуль Юнга материала 2 равен $2\times10^2$ ГПа; коэффициент Пуассона — 0,28. Величина напряжения текучести — 0,22 ГПа. На рис. 6 представлено распределение эквивалентных пластических деформаций при глубинах внедрения конуса 0,01 мм (рис. 6 *а*) и 0,05 мм (рис. 6 *б*).




*а*) *б*)

Рис. 6. Распределение эквивалентных пластических деформаций при глубине внедрения конуса: 0,01 мм (*а*); 0,05 мм (*б*)

На рис. 7 показаны зависимости максимального значения эквивалентной пластической деформации от глубины внедрения (ГВ).

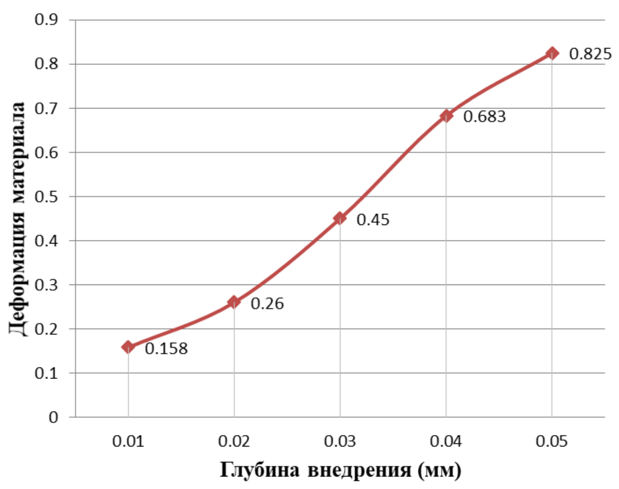



Рис. 7. Максимальные пластические деформации в зависимости от глубины внедрения

В ходе экспериментов по моделированию авторы обнаружили, что эквивалентная пластическая деформация пропорциональна глубине внедрения. Эквивалентная пластическая деформация достигает минимального значения 0,158 при ГВ = 0,01 мм, максимального 0,825 — при ГВ = 0,05 мм. Определены зависимости размеров области пластической деформации от глубины внедрения для случаев, когда пластическая деформация превышает 1 % (рис. 8–10). Области значений пластической деформации более 1 % выбраны с помощью программного обеспечения ANSYS. При этом определены глубина (H) и радиус (L) зоны деформации.

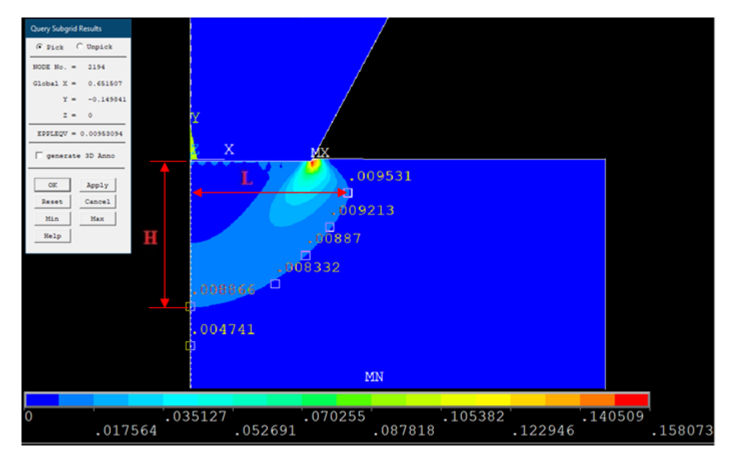



Рис. 8. Размеры области пластической деформации

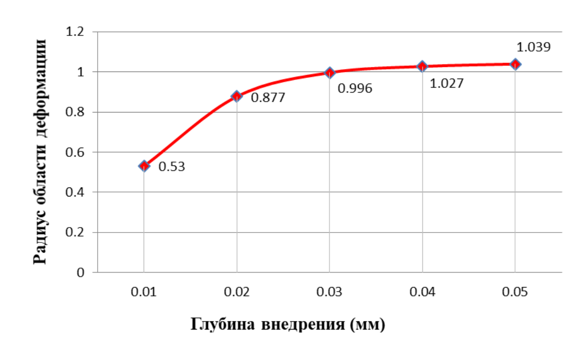



Рис. 9. Зависимость радиуса области пластической деформации от глубины внедрения

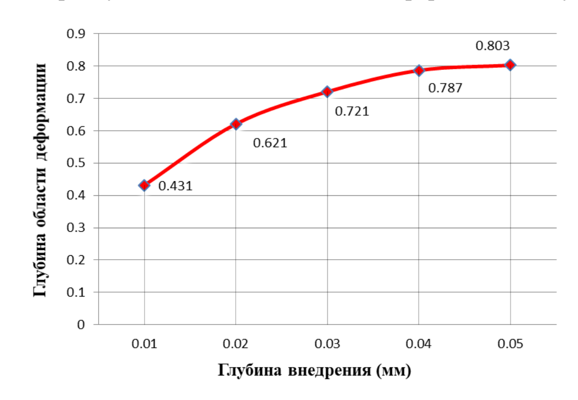



Рис. 10. Зависимость глубины области пластической деформации от глубины внедрения

Определена зависимость глубины внедрения конуса от равномерно распределенного давления, действующего на большее его основание. Эта зависимость представлена в табл. 1.

Таблица 1

Зависимость глубины внедрения конуса от давления

| Напряжение (Н/мм$^2$) | 100 | 150 | 200 | 250 | 300 |
|---|---|---|---|---|---|
| Смещение (мм) | –0,059 | –0,119 | –0,237 | –0,354 | –0,530 |

Результаты численных экспериментов позволяют определить зоны пластических деформаций и их величину в зависимости от глубины внедрения. А данные табл. 1 позволяют связать их с усилием, которое необходимо приложить к абразивной частице. Это усилие можно определить по параметрам технологического процесса.

**Обсуждение и заключения.** В настоящей работе выполнены:

— конечноэлементное моделирование процесса взаимодействия абразивной частицы с поверхностью обрабатываемой детали;

— проведен анализ напряженно-деформированного состояния поверхности.

Определена зависимость максимальной пластической деформации от глубины внедрения конуса (0,01 мм – 0,05 мм). Установлено, что эта величина меняется в пределах от 0,158 до 0,825.

Определены зависимости размеров области пластической деформации от глубины внедрения, для случаев, когда пластическая деформация превышает 1 %. При максимальном внедрении (0,05 мм) радиус деформации составляет 1 мм, глубина — 0,8 мм.

На основе этих данных могут быть выбраны параметры технологического процесса (скорость вращения, размер абразивной поверхности, масса абразивных частиц), которые влияют на взаимодействие между деталью и абразивной частицей. Рациональный выбор этих параметров позволит повысить эффективность обработки.

**Библиографический список**

1. Тамаркин, М. А. Исследование удаления металла при центробежно-роторной обработке в абразивной среде / М. А. Тамаркин, Э. Е. Тищенко, В. В. Друппов // Вестник Рыбинской гос. авиационной технологич. академии им. П. А. Соловьева. — 2007. — № 1 (11). — С. 169–186.

2. Теоретические и экспериментальные исследования процессов обработки фасонных поверхностей деталей свободным абразивом / М. А. Тамаркин [и др.] // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2011. — № 11. — С. 27– 31.

3. Тамаркин, М. А. Формирование параметров качества поверхности для центробежно-роторной обработки в абразивной среде / М. А. Тамаркин, Э. Е. Тищенко, В. В. Друппов // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2007. — № 10. — С. 19–23.

4. Корольков, Ю. В. Обеспечение надежности технологических процессов центробежно-ротационной обработки свободным абразивом // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — № 8. — С. 1247–1254.

5. Шведова, А. С. Обеспечение надежности технологического процесса центробежно-ротационной отделочно-упрочняющей обработки / А. С. Шведова, Д. В. Казаков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — № 4. — С. 69–83.

6. Крагельский, И. В. Трение и износ / И. В. Крагельский // Москва : Машиностроение, 1968. — 480 с.

7. Grützmacher, Ph. G. The influence of centrifugal forces on friction and wear in rotational sliding / Ph. G. Grützmacher // Tribology International. — 2017. — № 116. — P. 256–263. DOI:org/10.1016/j.triboint.2017.07.021.

8. Theoretical and Simulation Analysis of Abrasive Particles in Centrifugal Barrel Finishing: Kinematics Mechanism and Distribution Characteristics / Wenhui Li [et al.] // Powder Technology. — 2017. — № 318. — P. 518–527. DOI:10.1016/j.powtec.2017.06.033.

9. Aurich, J. C. Sustainability of abrasive processes / J. C. Aurich, M. Hauschild, M. Carrella // CIRP Annals. Manufacturing Technology. — 2013. — № 62. — P. 653–672.

10. Finite Element Analysis of Traction Gear Using ANSYS / P. Silori [et al.] // Materialstoday Proceedings. — 2015. — Vol. 2. — P. 2236–2245. DOI. org/10.1016/j.matpr.2015.07.243

Сдана в редакцию 25.02.2019
Принята к публикации 05.04.2019

***Об авторах:***

***Соловьев Аркадий Николаевич,***
профессор, заведующий кафедрой «Теоретическая и прикладная механика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор физико-математических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-8465-5554
solovievarc@gmail.com

***Тамаркин Михаил Аркадьевич,***
заведующий кафедрой «Технология машиностроения» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-9558-8625
tehn_rostov@mail.ru

***Нгуен Ван Тхо,***
научный сотрудник кафедры «Электротехника и машиностроение» Университета Хайфона
(Вьетнам, Хайфон, пл. Фан Данг Лыу, 117),
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-9105-7701
thonguyen239@gmail.com

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
# MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 678.549 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-221-230

## Efficient optimum safety factor approach for system reliability-based design optimization with application to composite yarns[*]

**Ghias Kharmanda[1], Imad R. Antypas[2**]**
[1] France INSA Rouen Normandie, Saint-Etienne-du-Rouvray, France
[2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

## Эффективность оптимизации проектирования на основе надёжности системы применительно к составным нитям[3***]

**Харманда М. Г.[1], Антибас И. Р.[2**]**
[1] France INSA Rouen Normandie, Saint-Etienne-du-Rouvray, Нормандия, Франция
[2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

*Introduction.* The integration of reliability and optimization concepts seeks to design structures that should be both economic and reliable. This model is called Reliability-Based Design Optimization (RBDO). In fact, the coupling between the mechanical modelling, the reliability analyses and the optimization methods leads to very high computational cost and weak convergence stability.
*Materials and Methods.* Several methods have been developed to overcome these difficulties. The methods called Reliability Index Approach (RIA) and Performance Measure Approach (PMA) are two alternative methods. RIA describes the probabilistic constraint as a reliability index while PMA was proposed by converting the probability measure to a performance measure. An Optimum Safety Factor (OSF) method is proposed to compute safety factors satisfying a required reliability level without demanding additional computing cost for the reliability evaluation. The OSF equations are formulated considering RIA and PMA and extended to multiple failure case.
*Research Results.* Several linear and nonlinear distribution laws are applied to composite yarns studies and then extended to multiple failure modes. It has been shown that the idea of the OSF method is to avoid the reliability constraint evaluation with a particular optimization process.
*Discussion and Conclusions.* The simplified implementation framework of the OSF strategy consists of decoupling the optimization and the reliability analyses. It provides designers with efficient solutions that should be economic satisfying a required reliability level. It is demonstrated that the RBDO

*Введение.* Интеграция концепций надежности и оптимизации направлена на разработку структур, которые должны быть экономичными и надежными. Эта модель называется Оптимизация проектирования на основе надежности (RBDO). Фактически связь между механическим моделированием, анализом надежности и методами оптимизации приводит к очень высоким вычислительным затратам и слабой стабильности конвергенции.
*Материалы и методы.* Для преодоления этих трудностей было разработано несколько методов. Методы под названием «Индекс показателя надежности» (RIA) и «Метод оценки эффективности» (PMA) - это два альтернативных метода. RIA описывает вероятностное ограничение как индекс надежности, в то время как PMA был предложен как путь преобразования вероятностной меры эффективности. Предложен метод оптимального коэффициента безопасности (OSF) для расчета коэффициентов безопасности, удовлетворяющих требуемому уровню надежности, без дополнительных вычислительных затрат для оценки надежности. Уравнения OSF сформулированы с учетом RIA и PMA и расширены до случая с несколькими отказами.
*Результаты исследования.* Несколько линейных и нелинейных законов распределения применяются к исследованиям композиционных нитей, а затем распространяются на множественные режимы отказа. Было показано, что идея метода OSF заключается в том, чтобы избежать оценки ограничения надежности с помощью конкретного процесса оптимизации.
*Обсуждение и выводы.* Упрощенная структура реализации стратегии OSF заключается в разделении анализа оптимизации и надежности. Она предоставляет проектировщикам эффективные решения, которые должны экономически удовлетворять требуемый уровень



[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: ghias.kharmanda@bme.lth.se, imad.antypas@mail.ru
[***] The research is done within the frame of the independent R&D.

compared to OSF has several advantages: small number of optimization variables, good convergence stability, small computing time, satisfaction of the required reliability levels.

надежности. Показано, что RBDO в сравнении с OSF имеет ряд преимуществ: небольшое число переменных оптимизации, хорошая стабильность сходимости, малое время вычислений, удовлетворение требуемым уровням надежности.

**Keywords:** Reliability-Based Design Optimization, Structural Reliability, Safety Factors, Fatigue Damage Analysis, Multi Failure Scenarios.

**Ключевые слова:** оптимизация на основе надежности, структурная надежность, факторы безопасности, анализ ущерба от изношенности, сценарии множественных отказов.

***For citation:*** Kharmanda Ghias, Antypas Imad R.. Efficient optimum safety factor approach for system reliability-based design optimization with application to composite yarns. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no.3, pp. 221−230. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-221-230

***Образец для цитирования:*** Харманда, М. Г. Эффективность оптимизации проектирования на основе надёжности системы примениттельно к составным нитям / М. Г. Харманда, И. Р. Антибас // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т.19, №3. С. 221−230. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-221-230

**1. Introduction**

When Deterministic Design Optimization (DDO) methods are used, deterministic optimum designs are usually pushed to the design constraint boundary, leaving little or no room for tolerances (or uncertainties) in design, manufacture, and operating processes. So deterministic optimum designs obtained without consideration of uncertainties could lead to unreliable designs, therefore calling for Reliability-Based Design Optimization (RBDO). It is the objective of RBDO to design structures that should be both economic and reliable. However, the coupling between the mechanical modeling, the reliability analyses and the optimization methods leads to very high computational cost and weak convergence stability. To overcome these difficulties, two points of view have been considered. From a reliability view point, RBDO involves the evaluation of probabilistic constraints, which can be executed in two different ways: either using the Reliability Index Approach (RIA) or the Performance Measure Approach (PMA) [1]. The major difficulty lies in the evaluation of the probabilistic constraints, which is prohibitively expensive and even diverges for many applications. However, from an optimization view point, a hybrid method based on simultaneous solution of the reliability and the optimization problem has successfully reduced the computational time problem. However, the hybrid RBDO problem is more complex than that of deterministic design and may not lead to local optima. To overcome both drawbacks, an Optimum Safety Factor (OSF) method has been proposed to compute safety factors satisfying a required reliability level without demanding additional computing cost for the reliability evaluation. The efficiency of the OSF method has been demonstrated relative to the hybrid one for a linear distribution law [2]. In this work, the OSF is reformulated considering RIA and PMA. Next, an extension to multiple failure modes is carried out. Finally, an application on composite yarns is carried out for linear and nonlinear distribution laws and multiple failure modes (scenarios).

**2. Reliability-Based Design Optimization**

The reliability-based design optimization problem is performed by nesting two sub-problems [3, 4]:

1: Optimization problem: The objective is to minimize an objective function $f(\mathrm{x})$ subject to deterministic constraints $g_k(\mathrm{x}) \le 0$ and a required reliability level $\beta(\mathrm{x},\mathrm{u}) \ge \beta_t$ as follows:

$$\min : f(\mathrm{x}) \qquad \text{subject to } g_k(\mathrm{x}) \le 0 \text{ and } \beta(\mathrm{x},\mathrm{u}) \ge \beta_t \tag{1}$$

2: Reliability problem: The objective is to find the minimum distance between the origin of the normalized space and the MPP (Most Probable failure Point or design point) on the limit state function (Fig. 1). The problem can be written as follows:

$$\beta = \min d(\mathrm{u}) = \sqrt{\sum_{1}^{n} u_i^2} \text{ subject to } H(\mathrm{x},\mathrm{u}) \le 0 \tag{2}$$

For more details about reliability analysis, readers can see [5]. These two sub-problems are carried in two different spaces: physical and normalized spaces (Fig. 1).

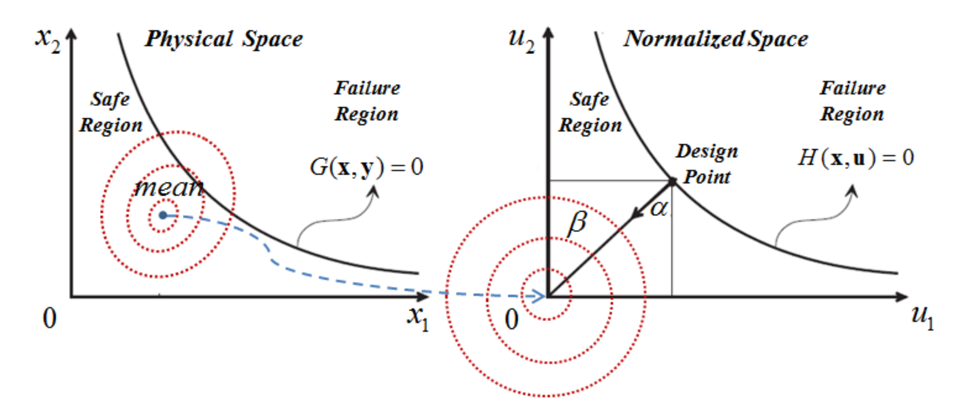



Fig. 1. Physical and normalized spaces [3, 4]

Рис. 1. Физические и нормализованные пространства [3, 4]

These nested problems require a high computing time, however, the Optimum Safety Factor (OSF) is used to solve these numerical difficulties.

**3. OSF developments**

In the RIA and PMA, the major difficulty lies in the evaluation of the probabilistic (reliability) constraints; this is prohibitively expensive and even diverges for many applications [6]. RIA describes the probabilistic constraint as a reliability index while PMA was proposed by converting the probability measure to a performance measure. It has been found in the literature that PMA is more efficient and stable than RIA in the RBDO process [1]. Furthermore, PMA converges to different optimum solutions when starting from different initial designs [7]. In this section, it is shown that the OSF formulations can be deducted from both approaches (RIA & PMA).

**3.1 OSF considering RIA and PMA**

**3.1.1 OSF based on RIA**

The probabilistic constraint in RIA can be evaluated by solving the first-order reliability analysis to calculate the design point $P^*$, which is formulated as an optimization problem with an equality constraint $H(\mathbf{u}) = 0$, in the normalized space:

$$\min_{\mathrm{u}} \quad : \quad d(\mathrm{u}) \qquad \text{subject to:} \quad H(\mathrm{u}) = 0 \tag{3a}$$

and can be also written as:

$$\min_{\mathrm{u}} \quad : \quad d^2(\mathrm{u}) \qquad \text{subject to:} \quad H(\mathrm{u}) = 0 \tag{3b}$$

The Lagrangian function for the problem (3b) can be written as

$$L(\mathrm{u}, \lambda) = d^2(\mathrm{u}) + \lambda \cdot H(\mathrm{u}) \tag{4}$$

The optimality conditions for the Lagrangian function are:

$$\frac{\partial L}{\partial u_i} = \frac{\partial d^2}{\partial u_i} + \lambda \frac{\partial H}{\partial u_i} = 0 \quad , \quad i = 1, \dots, n \tag{5a}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = H(\mathrm{u}) = 0 \tag{5b}$$

Using the expression for the square distance $d^2$ in the equation (3b), we get:

$$u_i = -\frac{\lambda}{2} \frac{\partial H}{\partial u_i}, \qquad i = 1, \dots, n \tag{6}$$

**3.1.2 OSF based on PMA**

The evaluation of the probabilistic constraint in PMA requires an inverse reliability analysis, which corresponds to the inverse problem of the reliability analysis to calculate the design point $P^*$, which is formulated as an optimization problem with an equality constraint $d^2(\mathrm{u}) = \beta_t^2$, in normalized space:

$$\min_{\mathrm{u}} \quad : \quad H(\mathrm{u}) \qquad \text{subject to:} \quad d(\mathrm{u}) = \beta_t \tag{7a}$$

Машиностроение и машиноведение

and can be also written as:

$$\begin{aligned} \min_{\mathrm{u}} \quad &: \quad H(\mathrm{u}) \\ \text{subject to:} \quad & d^2(\mathrm{u}) = \beta_t^2 \end{aligned} \tag{7b}$$

The Lagrangian function for the problem (7b) can be written as

$$L(\mathrm{u}, \lambda, s) = H(\mathrm{u}) + \lambda \cdot \left[ d^2(\mathrm{u}) - \beta_t^2 \right] \tag{8}$$

The optimality conditions for the Lagrangian function are:

$$\frac{\partial L}{\partial u_i} = \frac{\partial H}{\partial u_i} + \lambda \frac{\partial d^2}{\partial u_i} = 0 \quad , \quad i = 1, \ldots, n \tag{9a}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = d^2(\mathrm{u}) = 0 \tag{9b}$$

Using the expression for the square distance $d^2$ in the equation (7b), we get:

$$u_i = -\frac{1}{2\lambda} \frac{\partial H}{\partial u_i}, \qquad i = 1, \ldots, n \tag{10}$$

According to equations 6 and 10, the resulting normalized vector u can be written in term of the same derivative $\partial H / \partial u_i$.

**3.2 OSF for component RBDO**

Let us consider now the case of *n=2* normalized variables *i = 1, 2* (see Fig. 2). The tangent of $\alpha$ is given by: $\tan \alpha = u_2 / u_1$. Using (6) and (10), we get the same formulations as follows:

$$\tan \alpha = \frac{\dfrac{\partial H}{\partial u_2}}{\dfrac{\partial H}{\partial u_1}} \tag{11}$$

The formulation (11) shows that there is no difference between RIA and PMA for the following OSF developments. The problems (3) and (7) give us the reliability index $\beta$ as the minimum distance between the limit state surface and the origin [8]. This means that the resulting reliability index may be lower or higher than the target reliability index $\beta_t$. As we wish to satisfy a required target reliability level for the optimization problem, we can write

$$\beta_t^2 = \sum_{i=1}^{n} u_i^2 \tag{12}$$

Thus, the general expression for the normalized variable $u_i$ when using RIA or PMA, is

$$u_i = \pm \beta_t \sqrt{\frac{\left(\dfrac{\partial H}{\partial u_i}\right)^2}{\sum_{j=1}^{n} \left(\dfrac{\partial H}{\partial u_j}\right)^2}} \quad , \qquad i = 1, \ldots, n \tag{13}$$

The calculation of the normalized gradient $\partial H / \partial \mathrm{u}$ is not directly accessible because the mechanical analysis is carried out in the physical space rather than in the standard space [9, 10]. However, using theory of statistics, we can derive the following expression from which the computation of the normalized gradient can be carried out by applying the chain rule on the physical gradient $\partial G / \partial \mathrm{y}$:

$$\frac{\partial H}{\partial u_i} = \frac{\partial G}{\partial y_k} \frac{\partial T_k^{-1}(\mathrm{x}, \mathrm{u})}{\partial u_i} \quad , \; i = 1, \ldots, n, \quad k = 1, \ldots, K \tag{14}$$

where $T^{-1}(\mathrm{x,u})$ is the inverted probabilistic transformation function. We find that the normalized gradient can be expressed as

$$\frac{\partial H}{\partial u_i} = \sqrt{\frac{\partial G}{\partial y_i}} \quad , \ i = 1,\dots,n \tag{15}$$

To summarize, we satisfy the required target reliability index as follows:

$$d_\beta = \beta_t = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \left(u_i^*\right)^2} \ , \qquad i = 1,\dots,n \tag{16}$$

Thus, we compute the optimum safety factors subject to the optimum values of the normalized variables $u_i^*$. According to (13) and (15), it has been demonstrated that the optimum values of $u_i^*$ can be written in the following form:

$$u_i^* = \pm\beta_t \sqrt{\frac{\left|\frac{\partial G}{\partial y_i}\right|}{\sum_{j=1}^{n}\left|\frac{\partial G}{\partial y_j}\right|}} \ , \qquad i = 1,\dots,n \tag{17}$$

where the sign of ± depends on the sign of the derivative, i.e.:

$$\frac{\partial G}{\partial y_i} > 0 \Leftrightarrow u_i^* > 0 \ \text{ and } \ \frac{\partial G}{\partial y_i} < 0 \Leftrightarrow u_i^* < 0 \quad , \ i = 1,\dots,n \tag{18}$$

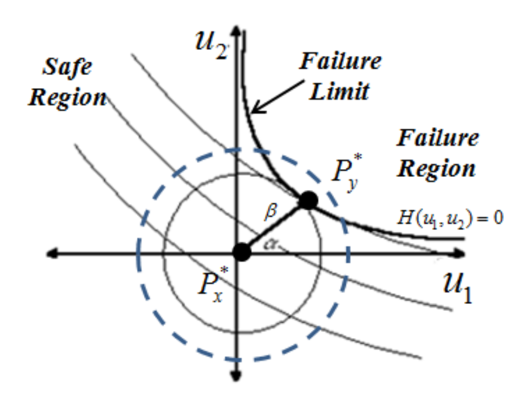



Fig. 2. Design point modeling in a double normalized variable space

Рис. 2. Моделирование точек проектирования в двойном нормализованном переменном пространстве

The efficiency of the OSF is to transfer the reliability problem into an analytical formulation (17). This formulation has been extended to several distribution laws (normal, lognormal, uniform Weibull, and Gumbel laws) for single failure mode cases considering only RIA [11]. However, in this work, both RIA and PMA are used to show the efficiency of the OSF formulation, and an extension to multiple failure case is carried out in the next section.

### 3.3 OSF for system RBDO

The system reliability problem can be written as:

$$\beta_{system} = \min d(u_i) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \ \text{ s.t.: } \ H_j\left(u_1, u_2, \dots, u_m\right) \le 0 \tag{19}$$

where $d(u_i)$ is the minimum distance between the Most Probable failure Point (MPP) and the optimal solution in the normalized space (Fig. 1). And $H_j\left(u_i\right) \le 0$ represent the different failure modes. Using similar way, the analytical formulation using OSF for a system RBDO can be written as follows:

$$u_i^* = \pm\beta_t \sqrt{\frac{\left|\sum_{j=1}^{m} \frac{\partial G_j}{\partial y_i}\right|}{\sum_{i=1}^{n}\left|\sum_{j=1}^{m} \frac{\partial G_j}{\partial y_i}\right|}} \tag{20}$$

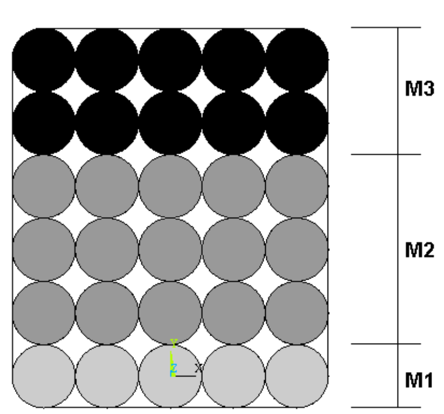
The formulation (20) provides different optimum values of the normalized variables at the failure point and taking into account several failure modes.

**4. Numerical Application on composite yarns**

Composite materials have been used in structures for centuries. In recent times, composite parts have been used extensively in aircraft structures, automobiles, sporting goods, and many consumer products. Composite materials are those containing more than one bonded material, each with different structural properties. The main advantage of composite materials is the potential for a high ratio of stiffness to weight. To solve the composite yarns structures (or systems), a stress unilateral study is required.



*a)* Ropes of composite yarns




*b)* Section of the studied rope

Fig. 3. Material structure

Рис. 3. Структура материала

**4.1 Problem description**

For tri-material structure illustrated in Fig. 3, the number of yarns $n_i$, the section $S_i$, the Young's modulus $E_i$, the Poisson's ratio $\nu_i$ and material density $\rho_i$ are given according to each material as shown in Table 1.

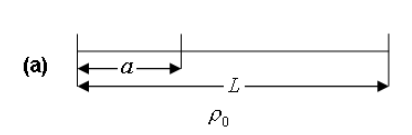
Table 1

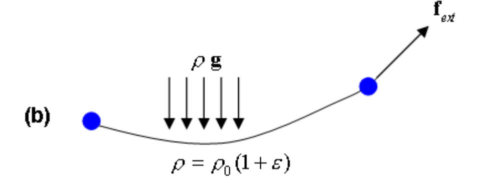
Material properties of different used yarns

| Material number | $n_i$ | $S_i$ (m$^2$) | $E_i$ (Pa) | $\nu_i$ | $\rho_i$ (Kg/m$^3$) |
|---|---|---|---|---|---|
| M1 | 5 | 10e-8 | 5.8e6 | 0.4 | 4.0 |
| M2 | 15 | 10e-8 | 8e6 | 0.3 | 5.0 |
| M3 | 10 | 10e-8 | 9e6 | 0.2 | 6.0 |

**4.1 Single yarn behavior**

A stress unilateral structure is not capable of transmitting compression, i.e. negative stress: all its internal efforts are traction. The formulation of this problem is complex and may lead to non-existence of solutions or several approximate solutions. Some methods have been developed to determine a solution among all resulting configurations [12].




*a)* Initial case of a yarn and *b)* Stress case when applying external forces

Fig. 4. The tension on the yarn

Рис. 4. Напряжение действующие на нити пряжи

The behaviour of an elastic file is not defined by the single Hooke's law; even in the frame of the linear elasticity, we have

$$\varepsilon = \frac{T}{K} \quad \text{and} \quad T \geq 0 \tag{21}$$

where $K > 0$ is the constant of elasticity and $T$ is the tension which defines the internal efforts of the studied yarn. The total section is given by

$$S = \sum_{i=1}^{n_1} S_{1,i} + \sum_{j=1}^{n_2} S_{2,j} + \sum_{k=1}^{n_3} S_{3,k} \tag{22}$$

and the total tension is given by

$$T = \sum_{i=1}^{n_1} T_{1,i} + \sum_{j=1}^{n_2} T_{2,j} + \sum_{k=1}^{n_3} T_{3,k} \tag{23}$$

with

$$T_{1,i} = \frac{S_{1,i}}{S} T \,,\; T_{2,j} = \frac{S_{2,j}}{S} T \;\text{and}\; T_{3,k} = \frac{S_{3,k}}{S} T$$

Fig. 4a shows the initial case of a yarn in which the volume mass $= \rho_0$. When applying an external force and considering the gravity force (see Fig. 4b), the equilibrium vector equation can be written as

$$\frac{d\mathrm{T}}{da} + \rho_0 \mathrm{g} = 0 \,, \tag{24}$$

with $\rho = \rho_0(1+\varepsilon)$.

For our studied rope, there is a non gravity force $\rho_0 \mathrm{g} = 0$. So, we get

$$\mathrm{T}(L) = \mathrm{f}_{ext} \tag{25}$$

This way, the tension is a proportional value of the external force as follows

$$T_{1,i} = \frac{S_{1,i}}{S} f_{ex} \,,\; T_{2,j} = \frac{S_{2,j}}{S} f_{ex} \;\text{and}\; T_{3,k} = \frac{S_{3,k}}{S} f_{ex} \tag{26}$$

Here, the failure conditions are written as follows:

$$\varepsilon_{1,i} \leq \varepsilon_{1,\max} \,,\; \varepsilon_{2,j} \leq \varepsilon_{2,\max} \;\text{and}\; \varepsilon_{3,k} \leq \varepsilon_{3,\max} \tag{27}$$

In order to compute the maximum strain of each material, we have

$$\varepsilon_{1,i} = \frac{T_{1,i}}{K_{1,i}} \,,\; \varepsilon_{2,j} = \frac{T_{2,j}}{K_{2,j}} \;\text{and}\; \varepsilon_{3,k} = \frac{T_{3,k}}{K_{3,k}} \tag{28}$$

**4.3 Procedures**

<u>*DDO procedure:*</u>

The optimization problem is to minimize the mass subject to the allowable strain $\varepsilon_w$ and taking a global safety factor $S_f$. This optimization problem must be followed by the reliability analysis as follows:

1- Optimization problem

$$\min \quad mass(\mathrm{x}) \quad \text{subject to } \varepsilon(\mathrm{x}) \leq \varepsilon_w = \varepsilon_{\lim} / S_f \tag{28}$$

2- Reliability analysis

$$\beta = \min d(\mathrm{u}) = \sqrt{\sum_{1}^{n} u_i^2} \quad \text{subject to } \varepsilon(\mathrm{u}) \le \varepsilon_{\lim} \tag{29}$$

*RBDO procedure*

Using OSF method, the RBDO procedure contains three main steps:

1- The first step is to obtain the design point (MPP). It is the objective to minimize the volume subject to the design constraints without consideration of the safety factors. This way, the optimization problem for a single failure mode is simply written as:

$$\begin{aligned} &\min && mass(\mathrm{y}) \\ &\text{subject to} && \varepsilon(\mathrm{y}) \le \varepsilon_{\lim} \end{aligned} \tag{30}$$

and for a multiple (double) failure mode as follows:

$$\begin{aligned} &\min && mass(\mathrm{y}) \\ &\text{subject to} && \varepsilon(\mathrm{y}) \le \varepsilon_{\lim} \\ & && T(\mathrm{y}) \le T_{\lim} \end{aligned} \tag{31}$$

2- The second step is to compute the optimum safety factors using linear and nonlinear distributions [9] when the number of the deterministic variables is equal to that of the random ones. During the optimization process, we obtain the sensitivity values of the limit state with respect to all variables.

3- The third step is to calculate the optimum solution. This encompasses inclusion of the resulting values of the safety factors into the design variables in order to evaluate the optimum solution.

**4.4 Numerical results**

**4.4.1 Component RBDO**

According to Table 2, the DDO procedure leads to a high reliability index, while the RBDO one satisfies the required reliability level for the linear and nonlinear distribution laws. The resulting reliability index is: $\beta = 3$ that corresponds to a probability of failure ( $P_f \approx 0.1\%$ ).

Table 2

DDO and RBDO results for a single failure mode

| ***Parameters*** | ***Design Point*** | ***Optimum Solution*** | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | ***DDO*** | ***RBDO*** | | | |
| | | ***Normal*** | ***Normal*** | ***Lognormal*** | ***Uniform*** | ***Weibull*** |
| S1 | 0.2900 | *0.4400* | 0.3415 | 0.3387 | 0.3413 | 0.3455 |
| S2 | 0.4750 | *0.8500* | 0.5774 | 0.5698 | 0.5655 | 0.5922 |
| S3 | 0.5550 | *1.2300* | 0.6846 | 0.6737 | 0.6632 | 0.7072 |
| $\varepsilon_{max}$ | 0.0095 | *0.0048* | 0.0078 | 0.0079 | 0.0080 | 0.0076 |
| Mass | 0.034 | *0.0669* | 0.042 | 0.041 | 0.041 | 0.043 |
| $\beta$ | -- | ***7.8231*** | ***3.00*** | ***3.00*** | ***3.00*** | ***3.00*** |
| $S_{f1}$ | -- | -- | 0.849274 | 0.856135 | 0.849613 | 0.839352 |
| $S_{f2}$ | -- | -- | 0.822641 | 0.833690 | 0.839981 | 0.802099 |
| $S_{f3}$ | -- | -- | 0.810724 | 0.823839 | 0.836908 | 0.784831 |

**4.4.2 System RBDO**

It is easy to study structures under the most critical mode but it may provide inaccurate results for structural reliability analysis. When dealing with several failure modes, the sensitivity study of each failure mode with respect to all parameters may lead to strange results for the role of certain parameters. The required reliability for both failure modes (tension and strain) is considered to be: $\beta_t = 3$ that leads to a system reliability index $\beta_{System} \ge \beta_t$ . The system reliability index should be bigger or equal to the minimum required reliability index of all failure modes $\beta_{System} \ge \min(\beta_j)$ . Table 3 shows Linear and nonlinear RBDO results for the same target reliability index for both failure modes.

Table 3

Linear and nonlinear RBDO results for multiple failure modes

| ***Parameters*** | ***Design Point*** | ***Optimum Solution*** | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | ***Normal*** | ***Lognormal*** | ***Uniform*** | ***Weibull*** |
| *S1* | *0.2900* | *0.3432* | *0.3402* | *0.3421* | *0.3479* |
| *S2* | *0.4750* | *0.5774* | *0.5698* | *0.5655* | *0.5922* |
| *S3* | *0.5550* | *0.6850* | *0.6740* | *0.6632* | *0.7078* |
| ε | *0.0095* | *0.0078* | *0.0079* | *0.0080* | *0.0076* |
| *T* | *66335* | *58956* | *59526* | *59909* | *57830* |
| *Mass* | *0.0343* | *0.0418* | *0.0413* | *0.0409* | *0.0430* |
| $\beta_{system}$ | *0.0000* | ***3.0242*** | ***3.0242*** | ***3.0241*** | ***3.0183*** |
| $S_{f1}$ | *0.00* | *0.845081* | *0.852562* | *0.847811* | *0.833615* |
| $S_{f2}$ | *0.00* | 0.822641 | *0.833690* | 0.839981 | 0.802099 |
| $S_{f3}$ | *0.00* | *0.810263* | *0.823460* | *0.836803* | *0.784156* |

**6. Conclusions**

In this paper, the OSF method is shown as a distinctive tool for RBDO problems. This method is based on the sensitivity of the limit-state function with object of determining the role of each studied parameter relative to the failure mode (or modes). First of all, it has been shown that the idea of the OSF method is to avoid the reliability constraint evaluation with a particular optimization process. In addition to its simplified implementation framework to completely decouple the optimization and the reliability analyses, it provides designers with efficient solutions that should be economic satisfying a required reliability level. The developed equation of OSF basing on both of RIA and PMA leads to the same formulations. The OSF procedure needs only single optimization process for the design point without additional computing time because it has a single variable vector. Finally, the developments based on the reliability view point are less efficient than those based on the optimization view point because the second provides us with reliability-based optimum designs without additional computing cost for probabilistic (reliability) constraints and can lead to global optima. It is shown that the RBDO compared to OSF has several advantages: small number of optimization variables, good convergence stability, small computing time, satisfaction of the required reliability levels. For composite structures, the RBDO problems are more difficult than for simple structures because we deal with several related limit state functions.

**References**

1. Youn, B.D. and Choi, K.K. Selecting Probabilistic Approaches for Reliability-Based Design Optimization, AIAA Journal, January 2004, vol. 42, no. 1.

2. Kharmanda, G., Sharabaty, S., Ibrahim, H., Makhloufi, A.H., El Hami, A. Reliability-based design optimization using semi-numerical methods for different engineering application. International Journal of CAD/CAM, 2009, vol. 9, pp. 1-16.

3. Lopez, R.H., Beck A.T. Reliability-Based Design Optimization Strategies Based on FORM: A Review. J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., 2012, vol. 34 (4), pp. 506-514.

4. Steenackers, G., Versluys, R., Runacres, M., Guillaume, P. Reliability-based design optimization of computation-intensive models making use of response surface models. Quality and Reliability Engineering International, 2011, vol. 27 (4), pp. 555–568.

5. Kharmanda, G., Antypas, I. Integration of Reliability Concept into Soil Tillage Machine Design. Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 2 (81), pp. 22-31. DOI: 10.12737/11610. ISSN 1992-5980.

6. Kharmanda, G., Antypas, I. Integration of reliability and optimization concepts into composite yarns. Current Status and Prospects of Agricultural Engineering, Interagromash-2017: Proc. 10-th Int. Sci.-Pract. Conf. (Borisova, L., et al., eds.), DSTU Publ. Centre, Rostov-on-Don, Russia, 1-3 March, 2017, pp. 174-176.

7. Yang, R.J., Chuang, C., Gu, L., Li, G. Experience with approximate reliability-based optimization methods II: an exhaust system problem. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2005, vol. 29, pp. 488-497.

8. Hasofer, A.M., Lind, N.C. An exact and invariant first order reliability format. J. Eng. Mech, ASCE, EM1, 1974, vol. 100, pp. 111-121.

9. Kharmanda, G., Antypas, I. Reliability-Based Design Optimization Strategy for Soil Tillage Equipment Considering Soil Parameter Uncertainty. Vestnik of DSTU, 2016, vol. 16, no. 2 (85), pp. 136-147. ISSN 1992-5980.

10. Du, X., Chen, W. Sequential Optimization and Reliability Assessment method for Efficient Probabilistic Design. ASME J. Mech. Des., 2004, vol. 126(2), pp. 225-233.

11. Kharmanda, G., Antypas, I. System reliability-based design optimization using optimum safety factor with application to multi failure fatigue analysis. Current Status and Prospects of Agricultural Engineering, Interagromash-2017: Proc. 10-th Int. Sci.-Pract. Conf. (Borisova, L., et al., eds.), DSTU Publ. Centre, Rostov-on-Don, Russia, 1-3 March, 2017, pp. 174-176.

12. Souza de Cursi E. Stress unilateral analysis of mooring cables. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1992, vol. 34, pp. 279-302.

Submitted 29.02.2018
Scheduled in the issue 26.06.2019

***Authors:***

**Kharmanda Ghias,**
guest Researcher, Institut National des Sciences Appliquées de Rouen (INSA Rouen Normandie), France (France 76801 Saint - Etienne- du- Rouvray St. 685 avenue de l universite BP08 LMN, INSA Rouen Normandie), H.D.R. European Dr. Eng. (Docent Degree of Habilitation),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8344-9270
g.karamanda@gmail.com

**Antypas, Imad Rizakalla,**
associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-8141-9529
Imad.antypas@mail.ru

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
# MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.824.32 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-231-241

## Результаты микрометражных исследований деталей тестоделительных машин вакуумного типа[*]

**Е. Г. Мартынова [1], С. А. Величко[2], А. В. Мартынов[3**]**
[1,2,3]Национальный исследовательский Мордовский государственный университет, г. Саранск, Российская Федерация

## Micrometric research results of vacuum dough divider components[***]

**E. G. Martynova[1], S. A. Velichko[2], A. V. Martynov[3**]**
[1,2,3] Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russian Federation

*Введение.* В настоящее время на производствах с объемом выпуска до 4 000 булок в день используются тестоделительные машины вакуумного типа. В процессе эксплуатации тестоделительного устройства из-за износов рабочих поверхностей поршня, камеры, барабана зазор между ними выходит за величину, равную 50 мкм, при которой обеспечивается вакуум во всасывающей камере. В результате этого процесс всасывания становится нестабильным, тестоделительное устройство нарушает точность развесовки хлебобулочных изделий. Ремонт такого оборудования проводится в основном с использованием полной или частичной замены изношенных деталей и узлов на новые. Для повышения их долговечности возникает потребность в разработке новой высокоэффективной технологии с восстановлением изношенных поверхностей деталей сварочно-наплавочными методами.

*Материалы и методы.* Представлена новая методика определения количества объектов для исследования с использованием программы «Статистика». Определены поверхности износа деталей тестоделительных машин вакуумного типа.

*Результаты исследования. П*роведены микрометражные исследования деталей тестоделительных устройств, которые показали наличие у них значительных искажений размеров из-за локального износа рабочих поверхностей. При этом боковой зазор между всасывающей камерой и главным поршнем, барабаном и всасывающей камерой в 6 раз превышает допустимый, а вертикальный зазор между мерной камерой и поршнем превышает допустимый зазор более чем в 10 раз. Износы рабочих поверхностей деталей тестоделительных машин носят локальный характер, при этом диапазон значений составляет: для главного поршня — 10–200 мкм; мерного поршня — 250–900 мкм; всасывающих и мерных камер — 300–400 мкм; поверхностей барабана — 280–300 мкм.

*Introduction.* Nowadays, vacuum-type dough dividers are used in industries with a production volume of up to 4,000 loaves per day. In the dough divider operation, due to wear of the working surfaces of the piston, chamber, and drum, the gap between them goes beyond the value equal to 50 microns, which provides vacuum in the suction chamber. As a result, the suction process becomes unstable; the dough divider disturbs the weight accuracy of bakery goods. Repair of such equipment is carried out mainly through a full or partial replacement of worn parts and assemblies with new ones. To increase their durability, there is a need to develop a new highly efficient technology with the restoration of worn part surfaces using the welding and surfacing methods.

*Materials and Methods.* A new technique of determining the number of objects for research using the "STATISTICA" program is presented. Wear surfaces of the vacuum dough divider parts are determined.

*Research Results.* Micrometric studies of the dough divider components were carried out. They showed the presence of appreciable size distortions due to the local wear of the working surfaces. In this case, a side gap between the suction chamber and the main piston and between the drum and the suction chamber is 6 times higher than the permissible one, and a vertical gap between the division box and the piston exceeds the permissible gap by more than 10 times. Wear of the working surfaces of the dough divider parts is local in nature, while the range of values is as follows: for the main piston, it is 10-200 microns; for the gaging piston, it is 250-900 microns; for the suction chamber and division box, it is 300-400 microns; for the drum surfaces, it is 280-300 microns.





[*] Работа выполнена по договору №18-43130003/18.
[**] E-mail: el.mart2012@yandex.ru, Velichko2005@yandex.ru, Martynov-230685@yandex.ru
[***] The research is done within the frame of Contract No. 18-43130003/18 .

*Обсуждение и заключения.* Проведенные микрометражные исследования деталей тестоделительных устройств показали наличие у них значительных искажений размеров из-за локального износа рабочих поверхностей. Основываясь на полученных результатах, можно утверждать, что наиболее технологичным и экономически целесообразным для восстановления изношенных поверхностей деталей тестоделительных машин является метод электроискровой обработки.

*Discussion and Conclusions.* The conducted micrometric studies showed the presence of appreciable size distortions due to the local wear of the working surfaces. Based on the results obtained, it can be argued that the most productive and economically viable technique for the restoration of worn surfaces of dough divider parts is, for example, the electrospark machining.

***Ключевые слова:*** тестоделительное устройство, развесовка теста, износы деталей тестоделительного устройства, схема измерения, зазоры в подвижных сопряжениях тестоделительных устройств.

**Keywords:** dough divider, dough weight distribution, wear of dough divider parts, measurement diagram, gaps in mobile interfaces of dough divider.

***Образец для цитирования:*** Мартынова, Е. Г. Результаты микрометражных исследований деталей тестоделительных машин вакуумного типа / Е. Г. Мартынова, С. А. Величко, А. В. Мартынов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т.19, №.3. — С. 231‒241. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-231-241

***For citation:*** E.G. Martynova, et al. Micrometric research results of vacuum dough divider components. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 231‒241. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-231-241

**Введение.** Хлебопечение в сфере пищевой промышленности занимает особое место. Продукция предприятий этой специализации является наиболее востребованной. Однако, несмотря на большой спрос на хлеб и хлебобулочные изделия, подобные производства в некоторых случаях могут быть убыточными. Связано это с недостаточной механизацией процесса выпечки и трудоемкостью их обслуживания. Чтобы сделать предприятие подобной специализации рентабельным, необходимо использовать в процессе приготовления хлеба высокотехнологичное оборудование, к которому относятся, например, тестоделительные машины [1].

Тестоделительные машины предназначены для механической обработки теста путем деления его на порционные куски определенного веса и формы. Используются тестоделительные машины, чаще всего, в пекарнях, поставляющих на рынок хлеб, батоны, булочки и т. д.

Наиболее широкое распространение на хлебозаводах и пекарнях получили тестоделительные машины отечественного производства «Восход», «*GORIZONT*» и импортного — «*PARTA U*2», «*Kumkaya*», «*CRV*» [2, 3]. Импортное оборудование, хотя и является более функциональным, чем аналоговые отечественные модели, однако стоит в 1,5–2,5 раза дороже.

Главным узлом тестоделительной машины, выполняющим основную функцию, является делительное устройство (рис. 1), которое состоит из бункера *A*; воронки бункера *B*; корпуса всасывающей камеры *C;* всасывающей камеры *F*; делительного ножа *D*; главного поршня *E*; мерного поршня *G*; задней заслонки *I* барабанного типа (в дальнейшем — барабан) с мерной камерой *H* [4].

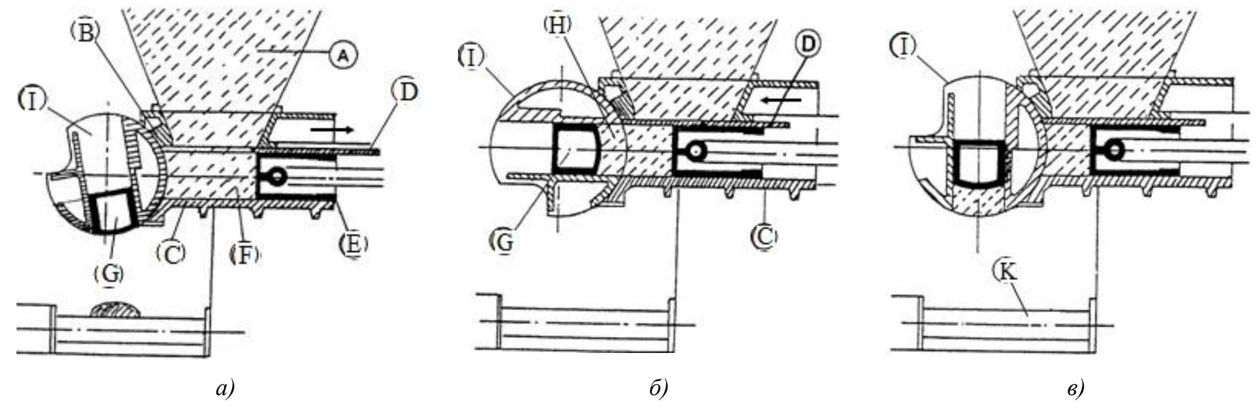
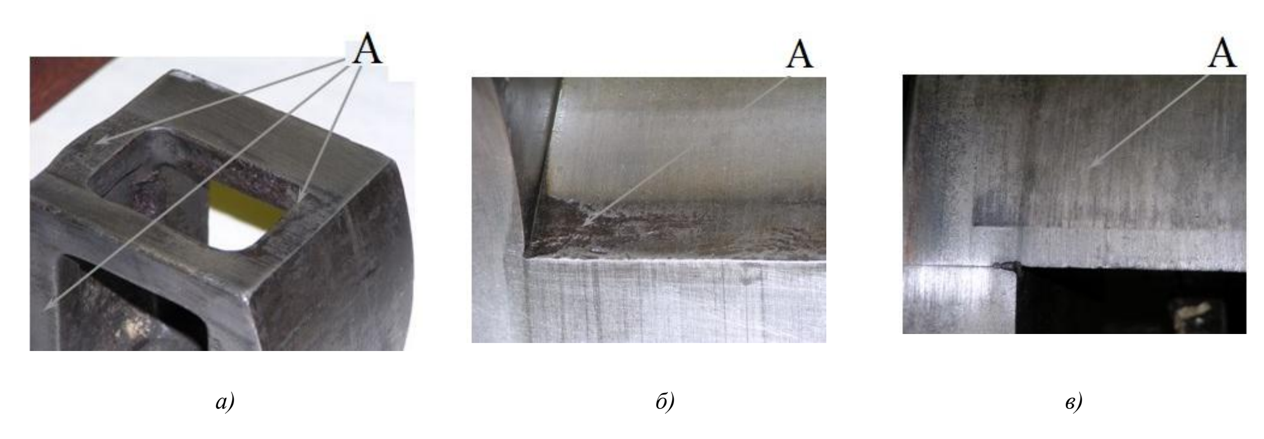



Рис. 1. Устройство тестоделительной машины вакуумного типа: A — бункер;
B — воронка бункера; C — корпус всасывающей камеры; D — делительный нож; E — главный поршень;
F — всасывающая камера; G — мерный поршень; H — мерная камера; I — задняя заслонка (барабан);
K — конвейерная лента

В процессе эксплуатации изнашиваются рабочие поверхности главного поршня (рис. 2 а), корпуса всасывающей камеры (рис. 2 б), барабана (рис. 2 в) и др.




*а)* *б)* *в)*

Рис. 2. Общий вид деталей тестоделительного устройства (А — зона максимального износа): а — мерный поршень; б — корпус всасывающей камеры; в — барабан

Вследствие этого зазоры между ними выходят за величину, при которой обеспечивается вакуум во всасывающей камере, процесс всасывания становится нестабильным и тестоделительное устройство нарушает точность развесовки хлебобулочных изделий [5].

Ремонт такого оборудования до настоящего времени на 70–80 % проводится с использованием запасных частей стоимостью от 200 до 300 тыс. руб. Особенно высоки цены на комплектующие детали и узлы оборудования зарубежного производства [6].

На ряде предприятий технического сервиса восстановление деталей проводится методом наращивания чугуна, нержавеющей стали и цветного металла на изношенные поверхности, а затем механической обработки, согласно допусков и технических требований завода-изготовителя [6, 7]. Однако данный метод экологически небезопасный, трудоемкий и имеет высокую себестоимость.

Для повышения долговечности таких машин необходима новая высокоэффективная технология, позволяющая восстанавливать детали нанесением покрытий с заданными физико-механическими свойствами. Одним из основных критериев выбора метода восстановления изношенных деталей является оценка значений износов поверхностей деталей, определяющих необходимую толщину металлопокрытий.

В связи с этим целью работы является оценка средних значений зазоров и износов деталей тестоделительных устройств по результатам микрометражных исследований.

**Материалы и методы.** Выбор количества исследуемых тестоделительных устройств для проведения микрометражных исследований проведен с использованием критерия *хи*-квадрат. При использовании данного критерия задавались критическим значением мощности $p_{кр}$ = 0,80 [8] и значением односторонней доверительной вероятности $p_{д} = 0,80$ [9].

Определение количества объектов производится по выдвинутой гипотезе: при заданном значении уровня значимости $\alpha$ = 0,05. По нулевой гипотезе количество объектов достаточно для исследования, по альтернативной — нет. Если уровень значимости текущего значения $\alpha_i$ выше принятого значения 0,05 и текущее значение мощности критерия *хи*–квадрат $p_{xi}$ выше критического значения 0,80, то имеет место нулевая гипотеза, и наоборот.

Для принятых значений параметров график зависимости количества объектов $N$ от односторонней доверительной вероятности $p_{д}$ критерия *хи*-квадрат представлен на рис. 3.

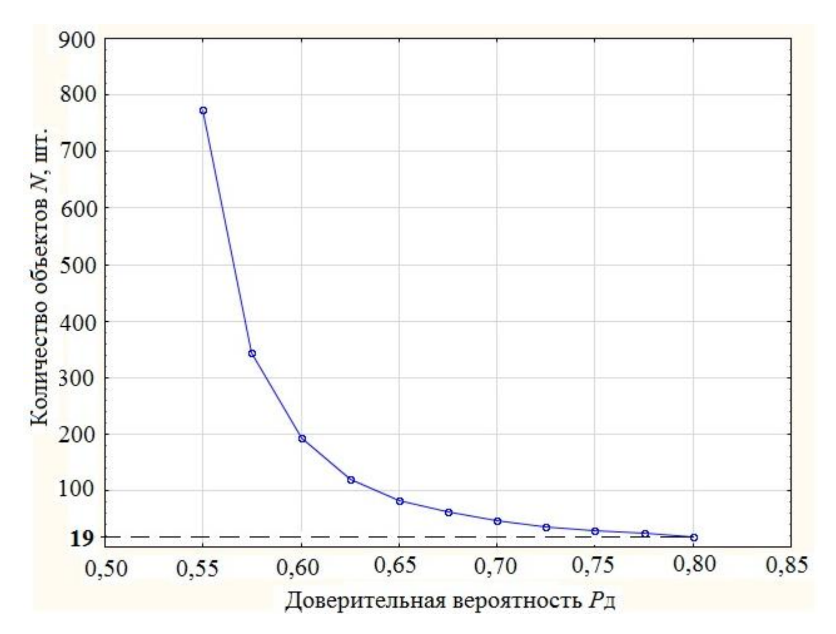



Рис. 3. График зависимости количества объектов N от односторонней доверительной вероятности $p_д$ критерия хи-квадрат

Из графика видно, что для принятой односторонней доверительной вероятности $p_д = 0{,}80$ количество объектов для проведения эксперимента равно $N = 19$ шт.

Результаты расчетов в программе «*Statistic*a» показывают, что расчетное значение уровня значимости критерия *хи*-квадрат $\alpha_i = 0{,}064$ выше принятого 0,05, а действительная мощность критерия $p_{xi} = 0{,}84$ выше критического значения 0,80 [8]. Полученные результаты подтверждают нулевую гипотезу при определенном количестве тестоделительных устройств $N = 19$ шт.

При проведении микрометражных исследований на первом этапе замерялись зазоры в сопряжениях.

Согласно рис. 1, тестоделительное устройство состоит из всасывающей и мерительной камеры, внутри которой перемещаются главный поршень и мерительный соответственно.

При измерении зазора в горизонтальной плоскости этих соединений поршень 1 сдвигается до упора к неподвижной камере 2 и в противоположной стороне измеряется зазор $Z_1$ в разных сечениях (рис. 4 а). Также в этом положении поршня 1 измеряется зазор $Z_2$ в вертикальной плоскости.

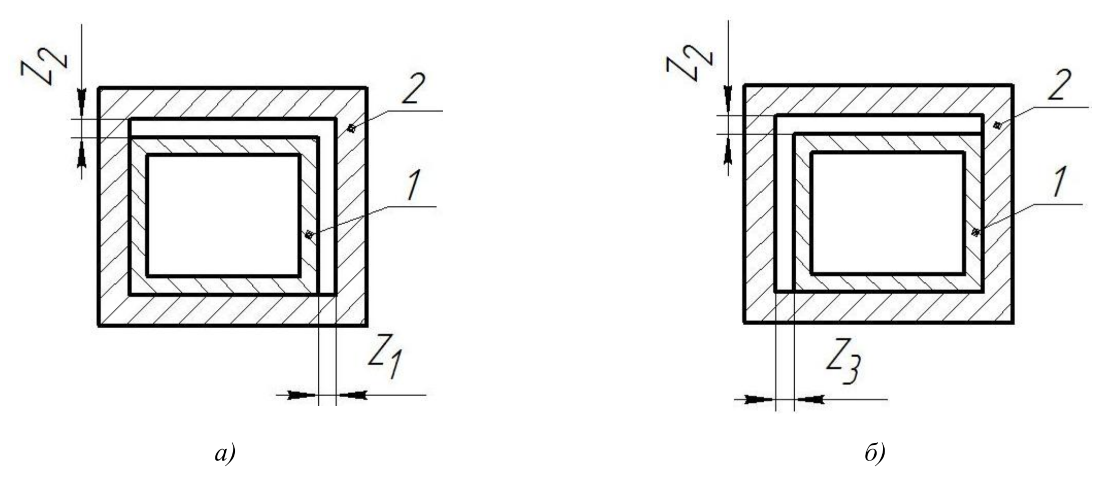



Рис. 4. Схема измерения зазора в подвижных соединениях деталей тестоделительных устройств

Затем поршень 1 сдвигается в противоположную сторону (рис. 4 б) и алгоритм измерения повторяется. Такие измерения проводились в крайних и среднем рабочем положении главного и мерительного поршня 1 (рис. 1).

Соединение задняя заслонка-барабан конструктивно выполнено из двух частей — корпуса с мерной камерой и накладки. Зазор в данном соединении измеряется между барабаном и всасывающей камерой.

Если зазор в соединениях больше 0,05 мм, измеряется износ рабочих поверхностей деталей. При работе тестоделительного устройства в соединениях главный поршень — всасывающая камера, мерительный поршень — мерительная камера и барабан — всасывающая камера (рис. 1). Неизношенная поверхность деталей отсутствует, их относительный износ измеряется согласно [10, 11].

Относительный износ наружных поверхностей деталей в i-м сечении вычисляется по формуле

$$U_i^{Н} = d_{max} - d_i,$$

где $d_{max}$ — максимальный размер детали, мкм; $d_i$ — размер детали в i-м сечении, мкм.

Относительный износ внутренних поверхностей деталей в i-м сечении вычисляется по формуле

$$U_i^{В} = D_i - D_{min},$$

где $D_i$ — размер детали в i-м сечении, мкм; $D_{min}$ — минимальный размер детали, мкм.

Сечения деталей камер тестоделительных машин при измерении выбираются согласно рабочему ходу поршней в тех местах, где контактируют рабочие поверхности (рис. 1).

Относительный износ поверхности барабана измеряется путем радиального отклонения фиксированных точек поверхности барабана относительно центровых отверстий цапф подшипниковых опор. Схема измерений рабочей поверхности барабана приведена на рис. 5.

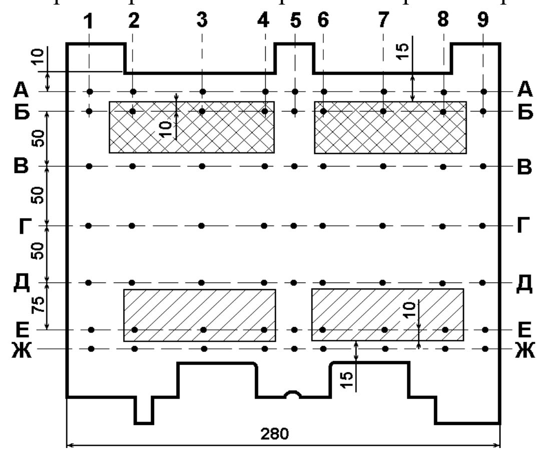



Рис. 5. Схема измерений рабочей поверхности барабана

Для измерений барабан устанавливается в центрах токарного станка. Измерения при продольном перемещении производятся индикаторной головкой вдоль барабана в разных плоскостях, но без изменения положения этой головки в радиальном направлении.

Для измерения наружных деталей тестоделительных устройств используется микрометр МР02102 с погрешностью 0,003 мм, ценой деления 0,002. Для внутренних деталей — индикаторный нутромер НИ-100М ГОСТ 868, погрешность измерений которого составляет 0,015 мм, с индикаторной головкой часового типа марки ИЧ10 ГОСТ 577, класс точности 1, с ценой деления 0,01 мм.

**Результаты исследования.** Результаты средних значений зазоров между поршнями и камерами тестоделительного устройства, согласно рис. 3, приведены в таблицах 1 и 2.

Таблица 1

Средние значения зазора между всасывающей камерой и главным поршнем

| Расстояние от переднего края камеры, мм | Среднее значение зазора, мм (±0,02) | | |
|---|---|---|---|
| | $Z_1$ | $Z_2$ | $Z_3$ |
| 0 | 0,02 | 0,20 | 0,12 |
| 25 | 0,18 | 0,22 | 0,18 |
| 50 | 0,30 | 0,22 | 0,20 |
| 75 | 0,25 | 0,20 | 0,20 |
| 100 | 0,30 | 0,25 | 0,20 |
| 150 | 0,25 | 0,25 | 0,20 |
| 200 | 0,25 | 0,20 | 0,20 |

Таблица 2

Средние значения зазора между мерной камерой и поршнем

| Расстояние от переднего края камеры, мм | Среднее значение зазора, мм (±0,02) | | |
|---|---|---|---|
| | $Z_1$ | $Z_2$ | $Z_3$ |
| *Левая камера* | | | |
| 5 | 0,50 | 0,35 | 0,30 |
| 25 | 0,50 | 0,45 | 0,35 |
| 50 | 0,55 | 0,50 | 0,35 |
| 75 | 0,50 | 0,35 | 0,30 |
| *Правая камера* | | | |
| 5 | 0,10 | 0,40 | 0,10 |
| 25 | 0,10 | 0,45 | 0,15 |
| 50 | 0,05 | 0,45 | 0,15 |
| 75 | 0,05 | 0,40 | 0,15 |

Из таблиц 1 и 2 видно, что боковой зазор между изношенными всасывающей камерой и главным поршнем достигает на отдельных участках значения 300 мкм. С учетом повышенного износа выходной части нижней плоскости камеры вертикальный зазор составляет не менее 400–500 мкм. Значения бокового и вертикального зазоров между изношенными мерными камерами и поршнями также значительно превышают допустимую величину и достигают 550 мкм.

Средние значения зазора между барабаном и всасывающей камерой приведены в таблице 3.

Таблица 3

Средние значения зазора между барабаном и всасывающей камерой

| Сечения | Значения зазора в мм (±0,02) в точках | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| А | 0,06 | 0,15 | 0,15 | 0,13 | 0,10 | 0,20 | 0,18 | 0,21 | 0,07 |
| Б | <0,05 | 0,26 | 0,30 | 0,30 | 0,08 | 0,25 | 0,25 | 0,28 | <0,05 |
| В | <0,05 | 0,17 | 0,15 | 0,18 | 0,07 | 13 | 0,15 | 0,15 | 0,05 |
| Г | <0,05 | 0,09 | 0,10 | 0,08 | <0,05 | 0,12 | 0,11 | 0,10 | <0,05 |
| Д | 0,05 | 0,07 | 0,08 | 0,08 | 0,05 | 0,05 | 0,06 | 0,08 | <0,05 |
| Е | <0,05 | 0,16 | 0,14 | 0,15 | 0,09 | 0,15 | 0,15 | 0,13 | <0,05 |
| Ж | <0,05 | <0,05 | <0,05 | <0,05 | <0,05 | <0,05 | <0,05 | <0,05 | <0,05 |

Как следует из таблицы 3, величина зазора между барабаном и всасывающей камерой в 300 мкм значительно превышает допустимую величину.

В таблицах 4–5 приведены схемы измерения и средние значения износа поверхностей деталей, определяющие работоспособность тестоделительных устройств.

Таблица 4

Результаты микрометражных измерений главного поршня

| Сечения | Средние значения измерений, мм | Наблюдения |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Измерения высоты поршня по сечениям, ±0,01 мм | | |
| Средние значения измерений, мм | | |
| 1 | 99,95 | В зонах 1−2 на нижней поверхности износ глубиной до 0,2 мм на длине 20 мм шириной 5−6 мм |
| 2 | 99,93 | |
| 3 | 99,90 | На всей площади нижней и верхней поверхностей зон 3−14 задиры и царапины глубиной до 0,1 мм, отдельные вмятины |
| 4 | 99,86 | |
| 5 | 99,82 | |
| 6 | 99,95 | |
| 7 | 99,96 | |
| 8 | 99,92 | |
| 9 | 99,89 | |
| 10 | 99,87 | |
| 11 | 99,80 | |
| 12 | 99,82 | |
| 13 | 99,84 | |
| 14 | 99,80 | |
| Измерения ширины поршня по сечениям, ±0,05 мм | | |
| Средние значения измерений, мм | | |
| 1 | 189,80 | На всей площади боковых поверхностей задиры и царапины глубиной до 0,1 мм |
| 2 | 189,65 | |
| 3 | 189,60 | |
| 4 | 189,60 | |
| 5 | 189,80 | |
| 6 | 189,80 | |
| 7 | 189,70 | |
| 8 | 189,60 | |
| 9 | 189,80 | |
| 10 | 189,80 | В этой зоне на правой стороне продольные задиры глубиной до 0,3 мм |

Таблица 5

Результаты микрометражных измерений мерных поршней

| Сечения | Результаты измерений, мм (±0,01 мм) | Наблюдения |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| Средние значения измерений, мм | | Схема измерений ширины поршня по сечениям |
| ПОРШЕНЬ №1 (левый), измерения высоты поршня по сечениям | | |
| 1 | 99,88 | На нижней поверхности в зонах 1−3 задиры глубиной до 0,3 мм |
| 2 | 99,88 | |
| 3 | 99,78 | |
| 4 | 99,80 | |
| 5 | 99,78 | |
| 6 | 99,69 | |
| 7 | 99,58 | |
| 8 | 99,57 | |
| 9 | 99,60 | |
| 10 | 99,42…60 | На верхней поверхности (половине площади) в зонах 10−12 усталостный износ, на остальной — задиры глубиной до 0,2 мм |
| 11 | 99,40…50 | |
| 12 | 99,55 | |
| ПОРШЕНЬ №1 (левый), измерения ширины поршня по сечениям | | |
| 1 | 82,33 | |
| 2 | 82,33 | |
| 3 | 82,27 | |
| 4 | 82,38 | |
| 5 | 82,36 | |
| 6 | 82,31 | |
| 7 | 81,92 | В зонах 7–9 однородный износ, величина износа левой поверхности больше, чем правой |
| 8 | 82,00 | |
| 9 | 82,15 | |
| 10 | 81,80…90 | В зоне 10 усталостный износ площадью до 3,5 см$^2$. Однородный износ левой поверхности больше, чем правой |
| 11 | 82,00 | |
| 12 | 82,14 | |

| | | |
|---|---|---|
| ПОРШЕНЬ №2 (правый), измерения высоты поршня по сечениям | | |
| 1 | 99,78 | На нижней поверхности в зонах 1−6 задиры и царапины |
| 2 | 99,77 | |
| 3 | 99,68 | |
| 4 | 99,80 | |
| 5 | 99,83 | |
| 6 | 99,75 | |
| 7 | 99,50 | |
| 8 | 99,48 | |
| 9 | 99,47 | |
| 10 | 99,22…53 | На верхней поверхности в зонах 10−12 усталостный износ на площади до 90% |
| 11 | 99,22…49 | |
| 12 | 99,20…50 | |
| ПОРШЕНЬ №2 (правый), измерения ширины поршня по сечениям | | |
| 1 | 82,29 | |
| 2 | 82,31 | |
| 3 | 82,18 | |
| 4 | 82,38 | |
| 5 | 82,41 | |
| 6 | 82,28 | |
| 7 | 81,66 | |
| 8 | 81,98 | |
| 9 | 82,22 | |
| 10 | 81,49…75 | На обеих поверхностях в зонах 10−11 усталостный износ на площади до 50% |
| 11 | 81,58…92 | |
| 12 | 82,10 | |

Как следует из таблицы 4, износ высоты главного поршня по сечениям неравномерен. Он минимален в задней части поршня (10–20 мкм) и постепенно увеличивается до максимального значения 150 мкм к его переднему торцу. Аналогичен характер изменения размеров поршня по ширине, у которого максимальное значение износа не менее 200 мкм также находится у его переднего торца. На всей площади поверхностей трения видны борозды различной глубины (от 100 до 300 мкм), царапины, отдельные вмятины. Износ поршня связан с механическим истиранием.

Результаты обследования мерных поршней (таблица 5) показывают, что износ по высоте и ширине максимален в передней его части (таблица 3) и может достигать 800–900 мкм. Однако имеется особенность, вызванная наличием вертикального и горизонтального окон. Участки трущихся поверхностей, находящиеся против этих окон, изношены больше — в среднем на 250–300 мкм. Кроме того, в передней заходной части поршней, напротив окон, на верхней и боковых поверхностях имеются участки повышенного износа. Это отчетливо видно на рис. 2 а.

Исследование износов деталей всасывающей и мерной камер показало, что длительная эксплуатация также отразилась на изменении их размеров. Так же, как и поршни, они изношены неравномерно по сечениям по всей длине рабочего хода. Характерным для всасывающей камеры является повышенный износ (300–400 мкм) нижней плоскости у выходной части по всем сечениям (рис. 2 б). Ширина полосы повышенного износа всасывающей камеры составляет 25–30 мм.

Результаты измерений радиального отклонения рабочей поверхности барабана, выполненные согласно схеме рис. 4, приведены в таблице 6.

Таблица 6

Средние значения радиального отклонения рабочей поверхности барабана[1]

| Сечения | Результаты измерений по сечениям | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | → | | | ← | | |
| | 1 | 3 | 5 | 5 | 7 | 9 |
| А | –0,03 | –0,11 | –0,06 | –0,05 | –0,13 | –0,04 |
| Б | 0 | –0,28 | –0,03 | –0,03 | –0,22 | –0,02 |
| В | 0,01 | –0,16 | –0,04 | –0,05 | –0,11 | –0,03 |
| Г | 0 | –0,05 | –0,02 | –0,03 | –0,06 | 0,01 |
| Д | –0,02 | –0,06 | –0,02 | –0,02 | –0,04 | –0,01 |
| Е | –0,01 | –0,09 | –0,05 | –0,04 | –0,10 | 0,01 |
| Ж | 0 | –0,02 | –0,01 | –0,02 | 0 | 0 |

[1]Примечание.
1) → и ← — направления продольного перемещения индикаторной головки;
2) точки Ж1 и Ж9 – базовые.

Наряду с измерением радиального отклонения фиксированных точек поверхности, можно, пользуясь данными таблицы 3, определить границы изношенных участков и значения износа. Наиболее изношенные участки рабочей поверхности барабана находятся в сечениях напротив мерных камер в верхней и нижней части накладки (рис. 2 в, 4).

Как следует из таблицы 3, максимальный износ на наиболее изношенных участках рабочей поверхности барабана достигает 280–300 мкм.

Для восстановления изношенных поверхностей деталей тестоделительных машин в условиях современного ремонтного производства, наиболее технологичным и экономически целесообразным является метод электроискровой обработки [12].

Электроискровая обработка — это процесс перенесения материала электрода на обрабатываемую поверхность искровым электрическим разрядом. Особенностью данного метода является локальность обработки изношенных участков, отсутствие нагрева деталей и возможность нанесения любых токопроводящих материалов, обеспечивающих высокие триботехнические свойства пар трения, при минимальной подготовке поверхностей.

**Заключение.** Таким образом, проведенные микрометражные исследования деталей тестоделительных устройств показали наличие у них значительных искажений размеров из-за локального износа рабочих поверхностей.

Исследования зазоров в соединениях тестоделительных машин показали: боковой зазор между всасывающей камерой и главным поршнем в 6 раз превышает допустимый и достигает при среднем значении 300 мкм; боковой и вертикальный зазоры между мерной камерой и поршнем составляют 550 мкм, что более чем в 10 раз превышает допустимый зазор; зазор между барабаном и всасывающей камерой в 6 раз превышает допустимый зазор и достигает при среднем значении 300 мкм.

Износы рабочих поверхностей деталей тестоделительных машин носят локальный характер. При этом диапазон значений составляет: для главного поршня — 10–200 мкм; мерного поршня — 250–900 мкм; всасывающих и мерных камер — 300–400 мкм; поверхностей барабана — 280–300 мкм.

Основываясь на полученных результатах, можно утверждать, что наиболее технологичным и экономически целесообразным для восстановления изношенных поверхностей деталей тестоделительных машин является метод электроискровой обработки.

**Библиографический список**

1. Хромеенков, В. М. Оборудование хлебопекарного производства / В. М. Хромеенков. — Москва : Академия, 2000. — 380 с.

2. Машина тестоделительная «Восход-ТД-4». Руководство по эксплуатации В495.00.00.000РЭ [Электронный ресурс] / Бородинский торговый дом. — Режим доступа : https://www.borodinsky.ru/images/files2/td-4.pdf (дата обращения : 14.02.2019).

3. Апет, Т. К. Хлеб и булочные изделия (технология приготовления, рецептцра, выпечка) : спр. пособие / Т. К. Апет, З. Н. Пашук. — Минск : Попурри, 1997. — 320 с.

4. Тестоделитель Восход ТД-2М (двухкарманный) [Электронный ресурс] / Петрокомплекс+. — Режим доступа : http://ptkomplex.ru/oborudovanie/xleb/3-testodel/30-td2 (дата обращения : 24.04.2019).
5. Пащенко, Л. П. Технология хлебопекарного производства / Л. П. Пащенко, И. М. Жаркова. — Москва : Колос-С, 2008. — 389 с.
6. Сиднев, Ю. В. Гальванические покрытия / Ю. В. Сиднев. — Москва : Феникс. 2001. — 256 с.
7. Голубев, И. Г. Технологические процессы ремонтного производства / И. Г. Голубев, В. М. Тараторкин. — 2-е изд. — Москва : Академия, 2017. — 304 с.
8. Боровиков, В. П. Statistica. Искусство анализа данных на компьютере / В. П. Боровиков. — Санкт-Петербург : Питер, 2003. — 668 с.
9. Артемьев, Ю. Н. Качество ремонта и надёжность машин в сельском хозяйстве / Ю. Н. Артемьев. — Москва : Колос, 1981. — 239 с.
10. Черноиванов, В. И. Организация и технология восстановления деталей машин / В. И. Черноиванов, В. П. Лялякин, И. Г. Голубев. — Москва : Росинформагротех, 2016. — 568 с.
11. Куксенова, Л. И. Износостойкость конструкционных материалов : учеб. пособие / Л. И. Куксенова, С. А. Герасимов, В. Г. Лаптева. — Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2011. — 237 с.
12. Бурумкулов, Ф. Х. Электроискровые технологии восстановления и упрочнения деталей машин и инструментов (теория и практика) / Ф. Х. Бурумкулов [и др.]. — Саранск : Красный Октябрь, 2003. — 504 с.

Сдана в редакцию 25.02.2019
Принята к публикации 05.04.2019

***Об авторах:***

**Мартынова Елена Геннадьевна**,
аспирант кафедры технического сервиса машин, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевистская, д. 68),
ORCID: http://orcid.org/0000-0002-6870-0498,
el.mart2012@yandex.ru

**Величко Сергей Анатольевич,**
профессор кафедры технического сервиса машин, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевистская, д. 68), доктор технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-6254-5733,
Velichko2005@yandex.ru

**Мартынов Алексей Владимирович,**
доцент кафедры технического сервиса машин, Институт механики и энергетики, ФГБОУ ВО «МГУ им. Н. П. Огарёва» (430005, Россия, г. Саранск, ул. Большевистская, д. 68),
кандидат технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2869-2208,
Martynov-230685@yandex.ru

*Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 3. С. 242–249. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*
*Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 3, pp. 242–249. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
# MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE




УДК 62-82 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-242-249

## Теоретические основы расчета системы управления гидравлического привода стенда для испытаний поршневых гидравлических цилиндров*

**А. Т. Рыбак[1], И. К. Цыбрий[2], С. В. Носачёв[3], А. Р. Зенин[4]****
[1, 2, 3, 4] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

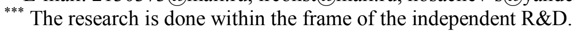
## Theoretical background of hydraulic drive control system analysis for testing piston hydraulic cylinders ***

**A. T. Rybak[1], I. K. Tsybriy[2], S. V. Nosachev[3], A. R. Zenin[4]****
[1, 2, 3, 4] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Долговечность и работоспособность гидравлических машин определяется в результате ресурсных испытаний. При этом для силового нагружения гидравлического двигателя применяются различные тормозные устройства (механические, электрические, гидравлические и др.), в результате чего теряется значительное количество энергии. Этого можно избежать, если при ресурсных испытаниях использовать метод вращательного движения с рекуперацией энергии. Такой подход применим для гидравлических насосов, моторов, а также гидравлических цилиндров.
*Материалы и методы.* Представлен испытательный стенд, конструкция которого позволяет воссоздать условия, максимально соответствующие реальной эксплуатации гидравлических цилиндров. При этом возможна рекуперация энергии. Для решения задач исследования использованы методы математического моделирования, рассчитаны основные функциональные параметры предлагаемой конструкции. Определение приращения давления в различных точках гидравлической системы базируется на теории объемной жесткости. При моделировании движения подвижных элементов гидравлической системы стенда использованы законы движения ротора.
*Результаты исследования.* В структуре испытательного стенда рассматриваемые гидроцилиндры размещены в напорной магистрали между гидронасосом и гидромотором. Это позволяет существенно уменьшить сам стенд и сэкономить значительное количество энергии за счет ее рекуперации. Приведена принципиальная гидравлическая схема стенда для испытаний поршневых гидроцилиндров, в рамках которой показана работа подвижных элементов системы. Выполнено математическое моделирование гидравлической системы стенда. Показана кинематическая схема механизма передачи движения между испытуемыми цилиндрами.
*Обсуждение и заключения.* Представленная в статье система уравнений показывает, каким образом определяется приращение давления в выбранных узловых точках системы рекуперации энергии (в частности, как приращение

*Introduction.* The durability and performance of hydraulic machines is determined through life tests. At that, various braking devices (mechanical, electric, hydraulic, etc.) are used for strength loading of the hydraulic motor, as a result of which a significant amount of energy is lost. This can be avoided if the method of rotational motion with energy recovery is used during life tests. This approach is applicable for hydraulic pumps, motors, and hydraulic cylinders.
*Materials and Methods.* A test bench is presented, the design of which provides recreation of the conditions most appropriate for the field operation of hydraulic cylinders. In this case, energy recovery is possible. To solve the research problems, methods of mathematical modeling were used, the basic functional parameters of the proposed design were calculated. The determination of the pressure increment at various points in the hydraulic system is based on the theory of volumetric rigidity. When modeling the motion of the moving elements of the bench hydraulic system, the laws of rotor motion are used.
*Research Results.* In the structure of the test bench, the cylinders in question are located in the pressure main between the hydraulic pump and the hydraulic motor. This enables to significantly reduce the bench itself and to save a significant amount of energy due to its recovery. A basic hydraulic diagram of the test bench for piston hydraulic cylinders is presented, in which the operation of the moving elements of the system is shown. A mathematical modeling of the hydraulic system of the bench is performed. A kinematic diagram of the mechanism for transmitting motion between test cylinders is shown.
*Discussion and Conclusions.* The system of equations presented in the paper shows how the increment of pressure at the selected nodal points of the energy recovery system is determined (in particular, how the increment depends on time, re-





* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: 2130373@mail.ru, irconst@mail.ru, nosachev-s@yandex.ru, azenin@donstu.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

зависит от времени, приведенного коэффициента объемной жесткости, расхода рабочей жидкости, площади поршней). Величины скоростей перемещения плунжеров гидравлических цилиндров определены согласно кинематической схеме механической передачи стенда. Итоги исследования позволяют утверждать, что, благодаря представленному в статье решению, результаты ресурсных испытаний гидравлических цилиндров будут адекватно отражать их работу при номи нальном режиме эксплуатации.

duced coefficient of volumetric rigidity, operating fluid consumption, and piston areas). The velocities of the hydraulic pistons are determined according to the kinematic scheme of the mechanical transmission of the bench. Thus it can be argued that, thanks to the solution presented in the paper, the life test results of hydraulic cylinders will adequately reflect their operation under rated duties.

***Ключевые слова:*** поршневые гидравлические цилиндры, стенд, испытания, рекуперация энергии, математическое моделирование, кинематическая схема передачи движения.

***Keywords****:* piston hydraulic cylinders, test bench, testing, energy recovery, math modeling, kinematic motion transmission scheme.

***Образец для цитирования*****:** Теоретические основы расчета системы управления гидравлического привода стенда для испытаний поршневых гидравлических цилиндров / А. Т. Рыбак [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 242−249. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-242-249

***For citation:*** A.T. Rybak, et al. Theoretical background of hydraulic drive control system analysis for testing piston hydraulic cylinders. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 242−249. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-242-249

**Введение.** Одним из важных этапов машиностроительного производства, в том числе и производства гидравлических машин, является испытание конечного продукта на соответствие техническим требованиям [1].

Наиболее значимые (при этом трудо- и энергозатратные) испытания — ресурсные. Они позволяют определить долговечность, работоспособность оборудования в процессе длительного применения по назначению. Ресурсные испытания следует проводить в режиме, максимально приближенном к номинальному режиму эксплуатации гидравлических цилиндров. При этом для силового нагружения гидравлического двигателя применяются различные тормозные устройства (механические, электрические, гидравлические и другие), в результате чего теряется значительное количество энергии, переходящей в тепло. Особенно это касается испытаний гидравлических машин средней и высокой мощности.

В результате активных поисков решения обозначенной проблемы разработан метод ресурсных испытаний гидравлических машин вращательного движения с рекуперацией энергии [2–4]. Такой подход дает значительную экономию при испытаниях гидравлических насосов и гидравлических моторов. Для гидравлических цилиндров также разработаны способы испытаний с рекуперацией энергии [5–10]. Схемы, описанные в [9, 10], позволяют изготовить стенд, обеспечивающий полное соответствие режима функционирования гидроцилиндров их работе в реальных условиях эксплуатации.

**Материалы и методы**

**Постановка задачи.** Предложена конструкция стенда, которая позволяет в ходе испытаний воссоздать условия, максимально соответствующие реальной эксплуатации гидроцилиндров. При этом возможна рекуперация энергии, что значительно снижает ее затраты, особенно при ресурсных испытаниях. Для решения задач исследования использованы методы математического моделирования, рассчитаны основные функциональные параметры предлагаемой конструкции.

**Описание испытательного стенда.** Стенд для ресурсных испытаний поршневых гидроцилиндров с рекуперацией энергии разрабатывался на основе ранее предложенного метода испытаний с рекуперацией энергии объемных гидравлических машин вращательного действия [3, 4]. Данное решение подразумевает, что гидравлический мотор через систему механического привода возвращает энергию на вал гидравлического насоса. Испытываемые гидроцилиндры размещаются в напорной магистрали между гидронасосом и гидромотором [5, 6]. Такие испытания позволяют существенно уменьшить сам стенд и сэкономить значительное количество энергии за счет ее рекуперации.

Принципиальная гидравлическая схема стенда для испытаний поршневых гидроцилиндров изображена на рис. 1.

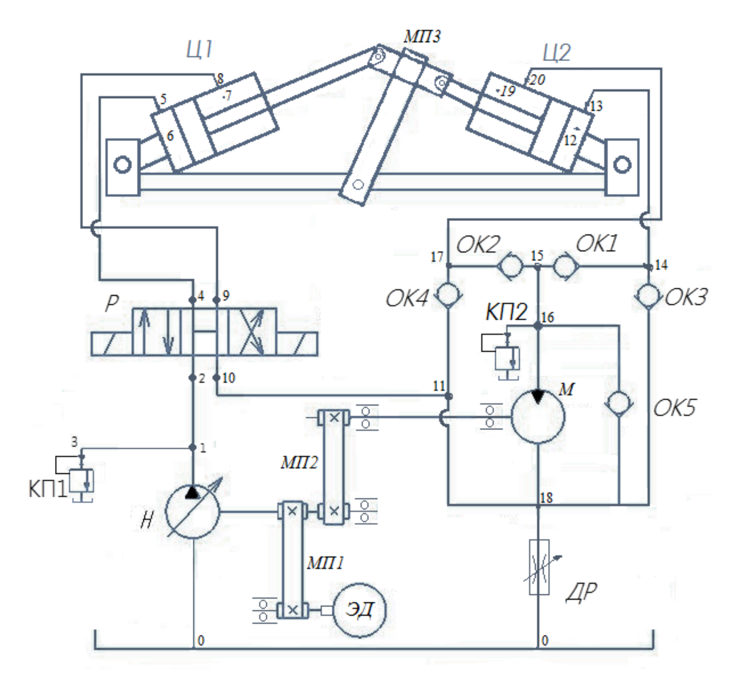



Рис. 1. Принципиальная гидравлическая схема стенда для ресурсных испытаний поршневых гидроцилиндров с рекуперацией энергии

На рис. 1 показано, что в напорную гидролинию между гидронасосом и гидромотором устанавливаются испытываемые гидравлические цилиндры Ц1 и Ц2, связанные между собой механической передачей МП3.

Стенд функционирует следующим образом. Электрический двигатель ЭД посредством механической передачи МП1 приводит во вращение вал гидравлического насоса Н. Энергия, сообщаемая при этом рабочей жидкости, переносится ею по гидролинии 1–2 на вход гидравлического распределителя Р, который направляет ее, например, по магистрали 4–5–6 в поршневую полость гидравлического цилиндра Ц1.

Гидроцилиндр Ц1 посредством механической передачи МП3 передает полученную от рабочей жидкости энергию на шток гидравлического цилиндра Ц2, который в этом случае выполняет функцию насоса и передает энергию рабочей жидкости, находящейся в его поршневой полости.

Из поршневой полости гидроцилиндра Ц2 рабочая жидкость по гидролинии 12–13–14–15–16 подается на вход гидравлического мотора М, который преобразует полученную от рабочей жидкости энергию в энергию вращения вала. Вращение вала гидромотора М посредством механической передачи МП2 передается на вал гидронасоса Н. Передача МП2 рассчитана таким образом, что частота вращения, передаваемая на вал гидронасоса Н от вала гидромотора М, несколько выше той частоты, с которой первичный источник энергии (электродвигатель ЭД) вращает вал гидронасоса. Это способствует затормаживанию вращения вала гидромотора М. Как следствие, повышается давление на входе и открывается предохранительный клапан КП2. Давление возрастает также в гидроцилиндрах Ц1 и Ц2, что обусловливает их работу в соответствующем режиме.

Когда шток гидроцилиндра Ц1 выдвигается на полный ход, на распределитель Р подается команда о смене позиции — и рабочая жидкость, поступающая на вход распределителя Р от гидронасоса Н, направляется по гидролинии 9–8–7 в штоковую полость гидроцилиндра Ц1. Это вызывает обратное движение его поршня, но система рекуперации энергии функционирует, как и при прямом ходе поршня.

**Результаты исследования**

**Математическое моделирование гидравлической системы стенда.** Разработаем математическую модель предлагаемой рекуперативной системы испытаний поршневых гидравлических цилиндров. В качестве основы используем теорию объемной жесткости [11–13] с учетом приведенных коэффициентов объемной жесткости гидравлических элементов. Такой подход позволяет более точно моделировать систему, приближенную к реальным условиям эксплуатации гидроцилиндров [14–19]. Особое внимание при моделировании гидравлических приводов следует уделять определению приведенного коэффициента объемной жесткости гидравлических магистралей. Его величина для металлических трубопроводов рассчитывается по известным зависимостям, а для рукавов высокого давления (РВД) определяется экспериментально [20, 21].

В соответствии с теорией объемной жесткости уравнение приращения давления в любой точке гидравлической системы может быть определено по уравнению

$$dp = C_i\left(\sum Q_{\text{вх}i} - \sum Q_{\text{вых}i}\right)dt\,,$$

где $\sum Q_{\text{вх}i}$ и $\sum Q_{\text{вых}i}$ — суммарные входящие и выходящие из рассматриваемого ($i$-го) объема системы расходы рабочей жидкости за время $dt$; $C_i$ — приведенный коэффициент объемной жесткости выбранной области гидросистемы.

Условно разделим гидравлическую систему стенда (рис. 1) узловыми точками. Примем как точку 0 объем гидравлического бака с давлением, равным атмосферному, и запишем уравнения для определения давления в выбранных узловых точках.

$$dp_1 = C_1(Q_{\text{Н}} - Q_{1-2} - Q_{1-3})dt\,,$$

$$dp_2 = C_2(Q_{1-2} - Q_{2-4})dt\,,$$

$$dp_3 = C_3(Q_{1-3} - Q_{\text{КП}1})dt\,,$$

$$dp_4 = C_4(Q_{2-4} - Q_{4-5})dt\,,$$

$$dp_5 = C_5(Q_{4-5} - Q_{5-6})dt\,,$$

$$dp_6 = C_{\text{п}1}(Q_{5-6} - v_{\text{п}1}f_{\text{п}})dt\,,$$

$$dp_7 = C_{\text{шт}1}(v_{\text{п}1}f_{\text{п.шт}} - Q_{7-8})dt\,,$$

$$dp_8 = C_8(Q_{7-8} - Q_{8-9})dt\,,$$

$$dp_9 = C_9(Q_{8-9} - Q_{9-10})dt\,,$$

$$dp_{10} = C_{10}(Q_{9-10} - Q_{10-11})dt\,,$$

$$dp_{11} = C_{11}(Q_{10-11} - Q_{11-18} - Q_{\text{ОК}4})dt\,,$$

$$dp_{17} = C_{17}(Q_{\text{ОК}4} - Q_{17-20} - Q_{\text{ОК}2})dt\,,$$

$$dp_{20} = C_{20}(Q_{17-20} - Q_{20-19})dt\,,$$

$$dp_{19} = C_{\text{шт}2}(Q_{20-19} - v_{\text{п}2}f_{\text{п.шт}})dt\,,$$

$$dp_{12} = C_{\text{п}2}(v_{\text{п}2}f_{\text{п}} - Q_{12-13})dt\,,$$

$$dp_{13} = C_{13}(Q_{12-13} - Q_{13-14})dt\,,$$

$$dp_{14} = C_{14}(Q_{13-14} + Q_{\text{ОК}3} - Q_{\text{ОК}1})dt\,,$$

$$dp_{15} = C_{15}(Q_{\text{ОК}1} + Q_{\text{ОК}2} - Q_{15-16})dt\,,$$

$$dp_{16} = C_{16}(Q_{15-16} + Q_{\text{ОК}5} - Q_{\text{КП}2} - Q_{\text{М}})dt\,,$$

$$dp_{18} = C_{18}\big(Q_{11-18} + Q_{\text{М}} - Q_{\text{ДР}} - Q_{\text{ОК}3} - Q_{\text{ОК}5}\big)dt.$$

Здесь $dp_1...dp_5$ — приращения давления в характерных точках напорной гидролинии цилиндра Ц1 за время $dt$; $dp_7...dp_{10}$ — приращения давления в характерных точках сливной гидролинии цилиндра Ц1 за время $dt$; $dp_{11}...dp_{18}$ — приращения давления в характерных точках гидравлической системы рекуперации энергии, включающей гидроцилиндр Ц2 и гидромотор М, за время $dt$; $dp_6$ и $dp_7$ — приращения давления в поршневой и штоковой полостях гидроцилиндра Ц1 за время $dt$; $dp_{12}$ и $dp_{19}$ — приращения давления в поршневой и штоковой полостях гидроцилиндра Ц2 за время $dt$; $dp_{20}$ — приращение давления на выходе из штоковой полости гидроцилиндра Ц2 за время $dt$; $C_1…C_5$, $C_8…C_{11}$, $C_{13}…C_{18}$ и $C_{20}$ — приведенные коэффициенты объемной жесткости в характерных точках гидравлической системы стенда; $C_{\text{п}1}$ и $C_{\text{п}2}$ — приведенные коэффициенты объемной жесткости поршневых полостей гидравлических цилиндров Ц1 и Ц2 [11–13]; $C_{\text{шт}1}$ и $C_{\text{шт}2}$ — приведенные коэффициенты объемной жесткости штоковых полостей гидравлических цилиндров Ц1 и Ц2 [11–13]; $Q_{\text{Н}}$ — производительность гидравлического насоса Н; $Q_{\text{М}}$ — расход рабочей жидкости через гидравлический мотор М; $Q_{\text{ОК}1}…Q_{\text{ОК}5}$ — расходы рабочей жидкости через обратные клапаны ОК1…ОК5; $Q_{\text{КП}1}$ и $Q_{\text{КП}2}$ — расходы рабочей жидкости через предохранительные клапаны КП1 и КП2; $Q_{1_3}$, $Q_{1_2}$, $Q_{2_4}$, $Q_{4_5}$, $Q_{5_6}$, $Q_{7_8}$, $Q_{8_9}$, $Q_{9_10}$, $Q_{10_11}$, $Q_{11_18}$, $Q_{19_20}$, $Q_{13_14}$ — расходы жидкости на соответствующих участках гидравлической системы стенда; $v_{\text{п}1}$ и $v_{\text{п}2}$ — скорости движения поршней гидроцилиндров Ц1 и Ц2 соответственно; $f_{\text{п}}$ — площади поршней испытываемых гидравлических цилиндров Ц1 и Ц2; $f_{\text{п.шт}}$ — площади поршней испытываемых гидравлических цилиндров Ц1 и Ц2 со стороны штоковых полостей.

Значения расходов рабочей жидкости, необходимые для расчета приращения давлений, определяются по формуле:

$$Q_i = \mu f \sqrt{\frac{2}{\rho}|p_i - p_{i+1}|} \cdot \mathrm{sign}(p_i - p_{i+1}).$$

Здесь $p_i$ и $p_{i+1}$ — величины давлений на входе и выходе гидравлических сопротивлений; $f$ — площадь живого сечения соответствующего сопротивления; μ — коэффициент расхода сопротивления; ρ — плотность жидкости.

Для участков гидравлических линий (линейных гидравлических сопротивлений) приведенный коэффициент расхода определяется по формуле:

$$\mu = \mu_l = \frac{1}{\sqrt{\lambda_l \frac{l_l}{d_l}}},$$

где $d_l$ и $l_l$ — внутренний диаметр и длина соответствующего участка трубопровода; $\lambda_l$ — величина коэффициента гидравлического трения участка трубопровода, определяемая с учетом режима течения рабочей жидкости и свойств трубопровода.

Приведенные коэффициенты объемной жесткости металлических трубопроводов определяются по формуле [11–13]:

$$C_l = \frac{4}{\pi d^2 l} \frac{E_{fl}}{1+\frac{dE_{fl}}{\delta\, E_l}},$$

где $d$ и $l$ — диаметр рассматриваемого трубопровода и его длина; δ — толщина стенки трубы; $E_{fl}$ и $E_l$ — величины модуля упругости жидкости и материала стенки трубопровода.

Величину приведенного коэффициента объемной жесткости РВД и трубопроводов, изготовленных из упругих материалов, необходимо определять экспериментально [20, 21].

Производительность насоса определяется с учетом его объемного коэффициента полезного действия

$$Q_{\text{Н}} = \frac{q_{\text{Н}}\omega_{\text{Н}}}{2\pi}\eta_0,$$

где $q_{\text{Н}}$ — рабочий объем гидронасоса; $\omega_{\text{Н}}$ — частота вращения вала гидронасоса; $\eta_0$ — величина мгновенного значения объемного КПД насоса.

$$\eta_0 = 1 - (1 - \eta_{0.nom}) \cdot \frac{p_{\text{Н}}}{p_{nom}}.$$

Здесь $\eta_{0.nom}$ — номинальная величина объемного КПД насоса (принимается равной объемному КПД при номинальном давлении насоса); $p_{nom}$ — номинальное рабочее давление гидронасоса; $p_H$ — текущая величина давления на выходе насоса (давление в точке 1 гидравлической системы).

**Моделирование движения подвижных элементов гидравлической системы стенда.** Величины рабочих зазоров обратных клапанов определяются из уравнения движения их затворов:

$$\frac{dv_{\text{кл}}}{dt} = \frac{1}{m_{\text{кл}}}\left[\frac{d_{\text{кл}}^2}{4}(p_{1\text{кл}} - p_{2\text{кл}}) - F_{\text{пр}}\right], \qquad \frac{dh_{\text{кл}}}{dt} = v_{\text{кл}},$$

где $v_{\text{кл}}$ — скорость перемещения затвора клапана; $m_{\text{кл}}$ — приведенная масса затвора клапана; $h_{\text{кл}}$ — перемещение (величина рабочего зазора) затвора клапана; $d_{\text{кл}}$ — диаметр отверстия клапана; $F_{\text{пр}}$ — сила воздействия пружины на затвор клапана; $t$ — время.

Закон движения роторов гидронасоса Н и гидромотора М описывается уравнением их движения:

$$\frac{d\omega_{\text{М}}}{dt} = \frac{1}{\text{J}_{\text{М}}}[w_{\text{М}}(p_{1\text{М}} - p_{2\text{М}}) - M_{\text{М}}],$$

$$\frac{d\omega_{\text{Н}}}{dt} = \frac{1}{\text{J}_P}(M_{\text{ЭД}}i_{\text{МП}1} + M_M i_{\text{МП}2} - w_{\text{Н}}(p_1 - p_{\text{ат}})).$$

Здесь $w_{\text{М}}$, $w_{\text{Н}}$ — характерные объемы мотора М и насоса Н соответственно; $\omega_{\text{М}}$ и $\omega_{\text{Н}}$ — угловые скорости вращения валов гидромотора М и насоса Н; $\text{J}_{\text{Н}}$, $\text{J}_{\text{М}}$ — центральные моменты инерции роторов гидронасоса и гидромотора; $p_{1\text{М}}$ — давление на входе гидравлического мотора М; $p_{2\text{М}}$ — давление на выходе гидромотора М; $p_{\text{ат}}$ — давление на входе насоса Н (давление в баке, принимается равным атмосферному давлению); $p_1$ — давление на выходе гидравлического насоса Н; $M_{\text{ЭД}}$ и $M_{\text{М}}$ — крутящие моменты, создаваемые электродвигателем и гидро-

мотором соответственно; $i_{МП1}$ и $i_{МП2}$ — передаточные отношения механических передач МП2 (от вала гидромотора на вал гидронасоса Н) и МП1 (от вала электрического двигателя на вал гидронасоса Н) соответственно.

Механическая передача МП2 обеспечивает соотношение скоростей вращения валов гидромотора М и гидронасоса Н, описываемое формулой:

$$\omega_М = \omega_Н i_{МП2}.$$

**Моделирование механической схемы стенда.** Для определения величин скоростей перемещения плунжеров гидравлических цилиндров рассмотрим кинематическую схему механической передачи стенда МП3 (рис. 2).

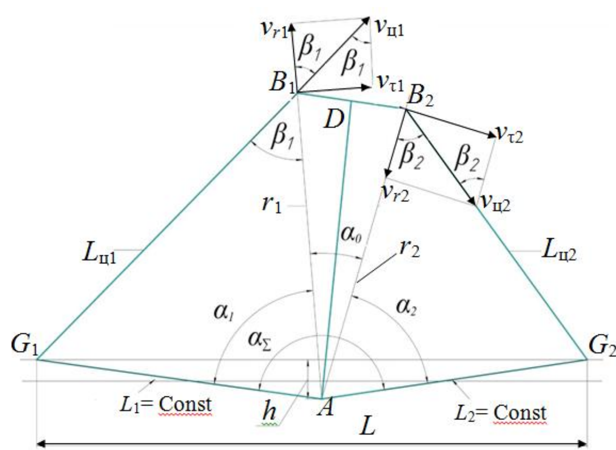



Рис. 2. Кинематическая схема механизма передачи движения между испытуемыми цилиндрами

Передача работает следующим образом. Корпуса гидроцилиндров Ц1 ($L_{ц1}$) и Ц2 ($L_{ц2}$) шарнирно крепятся соответственно в точках $G1$ и $G2$, а их плунжеры шарнирно соединяются в точках $B1$ и $B2$ с коромыслом, имеющим ось вращения в точке А.

Допустим, что ведущий гидроцилиндр (гидравлический двигатель) является гидроцилиндром $L_{ц1}$, а рабочий цилиндр (гидравлический насос) является гидроцилиндром $L_{ц2}$. Скорость плунжера гидроцилиндра $L_{ц1}$ устанавливается соответственно расходу $Q_{5_6}$ рабочей жидкости, поступающей в его поршневую полость. Тогда скорость движения его плунжера можно определить по формуле

$$v_{ц1} = \frac{Q_{5_6}}{f_п}.$$

Движение плунжера гидроцилиндра $L_{Ц1}$ через шарнир $B_1$ передается на коромысло $AD$, которое вращается вокруг точки $A$. Разложив скорость соединения $B_1$ на радиальную $v_{r1}$ и тангенциальную $v_{\tau1}$, определим значение тангенциальной составляющей:

$$v_{\tau1} = v_{ц1} \cdot \mathrm{Sin}\beta_1 .$$

Тогда угловую скорость $\omega_{AD}$ вращения коромысла AD можно определить из выражения

$$\omega_{AD} = \frac{v_{\tau1}}{r_1},$$

где $r_1$ — длина радиуса, соединяющего точку $A$ вращения коромысла с шарниром $B_1$.

Через коромысло $AD$ движение плунжера гидроцилиндра $L_{ц1}$ передается плунжеру гидроцилиндра $L_{ц2}$, связанного с коромыслом $AD$ посредством шарнира $B_2$. В этом случае тангенциальную скорость шарнира $B_2$ определим по формуле:

$$v_{\tau2} = r_2\, \omega_{AD} ,$$

где $r_2$ — длина радиуса, соединяющего точку $A$ вращения коромысла с шарниром $B_2$.

Спроецировав величину тангенциальной скорости движения шарнира $B_2$ на направление перемещения плунжера гидроцилиндра $L_{ц2}$, определим скорость его перемещения

$$v_{ц2} = \frac{v_{\tau2}}{\mathrm{Sin}\beta_2}.$$

Величины углов $\beta_1$ и $\beta_2$ определятся по закону косинусов из треугольников $AG_1B_1$ и $AG_2B_2$ соответственно:

$$\mathrm{Cos}\beta_1 = \frac{L_{ц1}^2 + r_1^2 - L_1^2}{2L_{ц1}r_1},$$

$$\mathrm{Cos}\beta_2 = \frac{L_{ц2}^2 + r_2^2 - L_2^2}{2L_{ц2}r_2}.$$

Здесь $L_{ц1}$ и $L_{ц2}$ — расстояния между осями крепления соответствующих гидроцилиндров к раме стенда и к коромыслу с учетом степени выдвижения их плунжеров; $L_1$ и $L_2$ — расстояния между осью вращения коромысла и точками крепления к раме стенда шарниров корпусов гидравлических цилиндров.

**Обсуждение и заключения.** Представленная в статье система уравнений показывает, каким образом определяется приращение давления в выбранных узловых точках системы рекуперации энергии (в частности, как приращение зависит от времени, приведенного коэффициента объемной жесткости, расхода рабочей жидкости, площади поршней). Величины скоростей перемещения плунжеров гидравлических цилиндров определены согласно кинематической схеме механической передачи стенда. Итоги исследования позволяют утверждать, что, благодаря представленному в статье решению, результаты ресурсных испытаний гидравлических цилиндров будут адекватно отражать их работу при номинальном режиме эксплуатации.

**Библиографический список**

1. Никитин, О. Ф. Надежность, диагностика и эксплуатация гидропривода мобильных объектов / О. Ф. Никитин. — Москва : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2007. — 312 с.

2. Гидравлика, гидромашины и гидроприводы / Т. М. Башта [и др.]. — Москва : Машиностроение, 1982. — 423 с.

3. Устьянцев, М. В. Повышение эффективности привода стенда испытаний гидромашин вращательного действия : автореф. дис. … канд. техн. наук / М. В. Устьянцев. — Ростов-на-Дону, 2012. — 18 с.

4. Исследование рекуперативной гидромеханической системы стенда испытаний объемных гидромашин / А. Т. Рыбак [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 9 (60). — С. 1651–1661.

5. Рекуперация энергии при испытании гидроцилиндров / А. Н. Чукарин [и др.] // Вестник Ростов. гос. ун-та путей сообщений. — 2009. — № 4. — С. 12–16.

6. Рекуперация энергии при испытании поршневых гидроцилиндров / А. Н. Чукарин [и др.] // Инновационные технологии в машиностроении : сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2009. — С. 64–67.

7. Рыбак, А. Т. Моделирование и расчет стенда для испытаний плунжерных гидравлических цилиндров / А. Т. Рыбак, С. А. Фреинт, Д. С. Мазнев // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : тр. 10-й междунар. науч.-практ. конф. 1–3 марта 2017 г. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2017. — С. 692–695.

8. Фреинт, С. А., Математическое моделирование гидросистемы стенда с улучшенными характеристиками / С. А. Фреинт, А. Т. Рыбак // Системный анализ, управление и обработка информации : тр. VII междунар. семинара 6–12 октября 2016 г. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2016. — С. 57–61.

9. Рыбак, А. Т. Моделирование гидромеханической системы испытательного стенда с рекуперацией энергии / А. Т. Рыбак, С. А. Фреинт, А. Ю. Пелипенко // Механика, оборудование, материалы и технологии : мат-лы Междунар. науч.-практ. конф. 29–30 марта 2018 г. — Краснодар : ПринтТерра, 2018. — С. 163–169.

10. Моделирование и исследование динамики привода стенда испытаний гидравлических машин возвратно-поступательного действия / А. Т. Рыбак [и др.] // Динамика технических систем «ДТС-2018» : сб. тр. XIV междунар. науч.-техн. конф. 12–14 сентября 2018 г. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ. — С. 68–72.

11. Богуславский, И. В. Научно-методологические основы проектирования приводов технологических машин / И. В. Богуславский, А. Т. Рыбак, В. А. Чернавский. — Ростов-на-Дону : Ин-т управления и инноваций авиационной промышленности, 2010. — 276 с.

12. Рыбак, А. Т. Совершенствование научно-методологических основ проектирования систем приводов технологических машин / А. Т. Рыбак, И. В. Богуславский // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 2 (45). — С. 249–257.

13. Modeling and calculation of hydromechanical systems dynamics based on the volume rigidity theory / A. T. Rybak [et al.] // MATEC Web of Conferences. — 2018. — Vol. 226. — P. 6.

14. Теоретические исследования гидромеханического привода рабочего органа мобильной технологической машины / А. Р. Темирканов [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 2 (81). — С. 56–64.

15. Рыбак, А. Т. Моделирование и исследования синхронного гидромеханического привода мобильной технологической машины / А. Т. Рыбак, А. Р. Темирканов, О. В. Ляхницкая // СТИН. — 2017. — № 9. — С. 15–20.

16. Рыбак, А. Т. Динамика синхронного гидромеханического привода мобильной технологической машины / А. Т. Рыбак, А. Р. Темирканов, О. В. Ляхницкая // СТИН. — 2018. — № 3. — С. 4–7.

17. Rybak, A. T. Dynamics of Synchronous Hydromechanical Drive in Mobile Machine / A. T. Rybak, A. R. Temirkanov, O. V. Lyakhnitskaya // Russian Engineering Research. — 2018. — № 38 (9). — P. 702–704. DOI 10.3103/S1068798X18090253.

18. Rybak, A. T. Synchronous hydromechanical drive of a mobile machine / A. T. Rybak, A. R. Temirkanov, O. V. Lyakhnitskaya // Russian Engineering Research. — 2018. — № 38 (3). — P. 212–217.

19. Tsybry, I. K. Analysis of the influence of positive feedback on the quality of the control system [Электронный ресурс] / I. K. Tsybry, V. I. Ignatenko. — Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/320732047_Analysis_of_the_influence_of_positive_feedback_on_the_quality_of_the_control_systemDOI:%2010.1051/matecconf/%20201713202011 (дата обращения : 12.08.19).

20. Рыбак, А. Т. К вопросу о вычислении приведенного коэффициента объемной жесткости гидролиний / А. Т. Рыбак, О. В. Ляхницкая // Механика, оборудование, материалы и технологии : тр. междунар. науч.-практ. конф. — Краснодар : Изд-во Кубан. гос. технолог. ун-та, 2018. — С. 169–175.

21. Rybak, A. Modelling the reduced coefficient of volumetric rigidity in high-pressure rubber-cord shell hoses [Электронный ресурс] / A. Rybak, O. Lyakhnitskaya. — Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/320732124_Modelling_the_Reduced_Coefficient_of_Volumetric_Rigidity_in_High-Pressure_Rubber-Cord_Shell_Hoses (дата обращения : 12.08.19).

Сдана в редакцию 25.02.2019
Принята к публикации 05.04.2019

***Об авторах:***

***Рыбак Александр Тимофеевич,***
профессор кафедры «Приборостроение и биомедицинская инженерия» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9950-3377
2130373@mail.ru

***Цыбрий Ирина Константиновна,***
заведующая кафедрой «Приборостроение и биомедицинская инженерия» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6281-1832,
irconst@mail.ru

***Носачёв Сергей Викторович,***
старший преподаватель кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0302-2937
nosachev-s@yandex.ru

***Зенин Александр Романович,***
аспирант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1)
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0336-315X
azenin@donstu.ru

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
# MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 620.179 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-250-255

## Обоснование выбора способов контроля утечек на газопроводе*

**А. Д. Лебедь[1], С. П. Глушко[2**]**
[1,2] Кубанский государственный технологический университет, г. Краснодар, Российская Федерация

## Selection rationale for leakage monitoring in gas pipeline***

**A. D. Lebed[1], S. P. Glushko[2**]**
[1,2] Kuban State Technological University, Krasnodar, Russian Federation

*Введение.* Анализируются эффективные методы обнаружения утечек и учета расхода газа. Целью работы является выбор автоматической системы методов, позволяющей повысить качество контроля утечек и учета расхода газа на магистральных газопроводах.
*Материалы и методы.* Рассмотрены следующие методы обнаружения утечек газа в трубопроводе: по профилю давления, объемно-балансовый, метод акустической эмиссии, метод переменного перепада давления на вынуждающем устройстве, ультразвуковой метод.
*Результаты исследования.* Анализ показывает, что все методы контроля утечек и расхода газа зависят от параметров окружающей среды. Поэтому важной задачей является достижение независимости результатов измерений от изменения параметров среды. У большинства расходомеров изменение плотности, давления и температуры среды существенно сказывается на результатах измерения. Возникающая при этом дополнительная погрешность может достигать больших величин.

*Introduction.* Efficient leak detection methods and gas flow metering are analyzed. The work objective is to select an automatic system of methods providing the improvement of the quality of leakage monitoring and gas flow metering in gas pipelines.
*Materials and Methods*. The following techniques for detecting gas leakage in the pipeline are considered: according to the pressure profile, volume balance method, acoustic emission method, variable-pressure drop method on the forcing device, ultrasonic method.
*Research Results.* The analysis shows that all techniques for monitoring leakage and gas flow are dependent on the environmental parameters. Therefore, an important task is to achieve independence of the measurement results from changes in the environmental parameters. In most flow meters, changes in density, pressure and temperature affect drastically the measurement results. An additional error that arises in this case can reach large values.

**Ключевые слова:** магистральный газопровод, контроль, утечки, система управления, робот.

**Keywords**: main gas pipeline, control, leakage, control system, robot.

***Образец для цитирования:*** Лебедь А. Д. Обоснование выбора способов контроля утечек на газопроводе / А. Д. Лебедь, С. П. Глушко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 250−255. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-250-255

***For citation:*** A.D. Lebed, S.P. Glushko. Selection rationale for leakage monitoring in gas pipeline. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 250−255. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-250-255

**Введение.** В связи с высокими темпами развития газовой промышленности, ростом удельного веса природного газа относительно других источников энергии на внутреннем российском рынке и увеличением потребления газа на мировом рынке актуальными задачами являются снижение потерь газа и повышение безопасности эксплуатации газопроводов [1]. Поэтому важнейшая проблема заключается в сохранении исправного состояния линейных участков промысловых и магистральных газопроводов (МГ). Подземные газопроводы, эксплуатируемые при нормальных режимах, могут сохраняться несколько десятилетий в рабочем состоянии. Сохранению исправного состояния подземных и надземных МГ способствуют контроль их технического состояния и своевременное проведение регламентных работ.

Дефекты на МГ появляются в результате коррозии и, реже, из-за механических повреждений. Определение мест коррозии и повреждений связано с временными и материальными затратами. Вскрытие газопровода для







*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: anya-11-06@mail.ru, sputnik_s7@mail.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

его непосредственного визуального обследования экономически невыгодно или невозможно. Обследование лишь наружной поверхности трубы обычно не дает желаемых результатов. Поэтому актуальным является мониторинг состояния подземных и надземных промысловых, МГ без их вскрытия. Решение этой задачи осложняется значительными техническими трудностями, однако современные методы и средства измерительной техники позволяют их преодолеть. Эти средства различаются по следующим признакам и параметрам:

- по физическим явлениям, заложенным в основу работы;
- по принципу действия;
- по чувствительности;
- по области применения;
- по локальности или глобальности диагностирования.

В системах обнаружения утечек газа в трубопроводах используются органолептические и инструментальные методы. Самый простой метод — это фиксация запаха. При визуальных методах контроля применяют вспениваемую мыльную эмульсию, фиксируют появление наледи или снежной шубы, появление желтой травы летом или бурого снега зимой. Безусловно, инструментальные методы являются более совершенными и точными. В их основе лежит применение приборов-газоанализаторов автоматического и ручного действия. В качестве автоматических газоанализаторов широко применяются датчики загазованности — это высокоточные измерительные устройства, используемые при непрерывном автоматическом контроле количества газов, содержащихся в воздухе. Сигнализаторы загазованности применяются в промышленных, бытовых и коммунальных помещениях. Датчики газа выпускаются в виде отдельных приборов, которые могут размещаться автономно и реагировать на изменение концентрации определенных газов. Они мгновенно реагируют на повышение концентрации газов, исходящих от газотранспортной системы.

Современные модели датчиков оснащены жидкокристаллическими дисплеями, на которых отображаются измеряемые показатели. Встроенная память позволяет фиксировать полученные данные и хранить все результаты измерений. Также на дисплей выводится информация о работоспособности прибора и имеющихся неполадках. Эта функция позволяет своевременно менять изношенные элементы.

Датчики контроля загазованности делятся на два основных вида: бытовые и промышленные. Сигнализаторы бытового применения обеспечивают ряд реакций на превышение установленной концентрации газа. Основные задачи промышленного датчика — измерение и отображение на дисплее показателей загазованности. Промышленные приборы применяются для решения более значимых задач и используются в составе автоматизированных систем вместе с пультом управления, на котором отображена информация, поступающая от датчиков газа.

По виду контролируемого газа различают метановые, пропановые сигнализаторы, а также сигнализаторы, предназначенные для измерения концентрации угарного газа или окиси углерода. Наряду с этим существуют комбинированные (многокомпонентные) сигнализаторы. Газовые датчики могут быть стационарными, которые работают только от электросети и располагаются вблизи от источника электропитания, или переносными, питание которых осуществляется от встроенных аккумуляторов.

Датчик загазованности является многофункциональным устройством и имеет функции звукового и светового оповещения. Например, в системе САКЗ-МК-1, если прибор отреагировал на загазованность, у него загорается индикатор и срабатывает громкий звуковой сигнал (рис. 1). Датчики загазованности имеют релейный выход для подключения дополнительных электрических устройств: оповещателей, вентиляторов, механизмов и приборов пожарного и диспетчерского пультов.

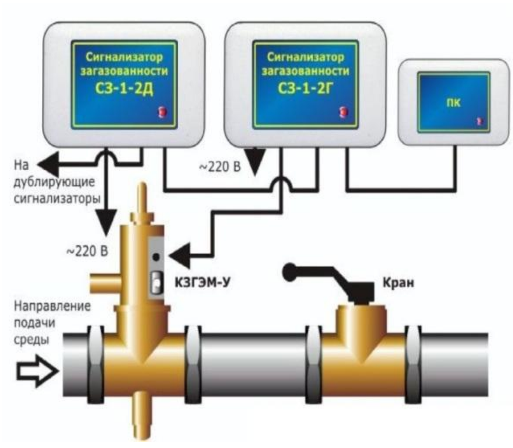



Рис. 1. Система сигнализации загазованности САКЗ-МК-1

Датчики загазованности, согласно СТО Газпром 5.37-2011, используются в узлах измерений расхода и количества горючего природного газа, поставляемого от объектов промысловой подготовки, подземных хранилищ, газоперерабатывающих заводов в магистральные газопроводы и далее транспортируемого потребителям Российской Федерации, в страны ближнего зарубежья, утилизируемого и потребляемого на собственные технологические нужды. На всем протяжении магистральных трубопроводов датчики загазованности использовать невыгодно. Кроме того, в труднодоступных местах расположения магистральных трубопроводов применение органолептических и инструментальных методов обнаружения утечек газа затруднительно.

**Материалы и методы**. Помимо вышеперечисленных методов обнаружения утечек газа в трубопроводах используют следующие [2]:

- метод анализа профиля давления;
- объемно-балансовый метод;
- метод анализа акустической эмиссии;
- метод переменного перепада давления;
- механический метод с применением тахометрических расходомеров;
- ультразвуковой метод измерения расхода.

Согласно методу выявления утечек по анализу профиля давления, проводятся моделирование распределения давления вдоль трубопровода и статистический анализ этого распределения. При утечке газа расход на контролируемом участке становится больше первоначального расхода на этом участке, а расход на участке после места появления утечки становится меньше первоначального расхода. Вследствие этого перепад давления на участке до места утечки увеличивается, а после утечки уменьшается, что приводит к появлению излома в приведенном профиле давления. Метод выявления утечек по анализу профиля давления работает только в стационарном режиме, так как многие факторы вызывают похожие изменения. Существенным недостатком данного метода является низкая точность и наличие ложных срабатываний.

Для уменьшения ложных срабатываний отклонения должны быть зафиксированы как минимум в двух соседних точках. Для этих же целей используется усредненный профиль распределения давления, который является квазистационарным профилем. Этот профиль получается в результате фильтрации давления в точках трубопровода. Усредненный профиль давления не является постоянным. Он изменяется, но медленнее, чем реальное давление, что приводит к увеличению времени обнаружения утечек. Данный метод из-за неспособности обнаружения небольших утечек и большой погрешности при определении координаты места утечки в настоящее время в основном используется только совместно с другими методами.

Объемно-балансовый метод контроля основан на том, что при образовании утечки расход на входе становится больше расхода на выходе. Кроме того, этот метод учитывает количество газа в самой трубе, которое при появлении утечки уменьшается. Для реализации этого метода необходимо измерять расход на границах контролируемого участка с помощью высокоточных приборов.

Параметром контроля при объемно-балансовом методе является не давление газа, а его нормализованный расход. Контроль участка газопровода осуществляется путем определения разности нормализованных объемов газа, входящих и выходящих из участка между двумя локальными расходомерами. Этот метод позволяет диагностировать как быстро развивающиеся разрывы в трубе, так и медленно развивающиеся утечки, а также утечки на очень больших участках трубопровода между расходомерами. Минимальная величина диагностируемой утечки определяется, в первую очередь, погрешностью измерения расхода и, при имеющихся в настоящее время средствах измерения расхода, находится на уровне 0,5–1,0 %. Точность контроля утечек зависит от точности расходомеров. Невозможно обнаружить утечку, расход которой меньше, чем погрешность измерения. В данном случае имеет значения не абсолютная погрешность, а только погрешность одного прибора относительно другого.

Объемно-балансовый метод не позволяет определять координату утечки — это его существенный недостаток. Кроме того, расход объемного баланса по участкам позволяет определять возможное место утечки в газопроводе только с точностью оценки этого параметра до конкретного участка. Это, в свою очередь, приводит к дополнительным затратам времени и потерям газа с момента утечки до момента её устранения.

Метод анализа акустической эмиссии лидирует в индустрии автоматического обнаружения утечек газа в трубопроводах [3]. Этот метод основан на регистрации и анализе акустических волн, возникающих при пластическом деформировании и микроразрушении материала трубопровода, а также при истечении газа через сквозные отверстия в трубе. Для приема сигналов акустической эмиссии применяются пьезоэлектрические преобразователи и быстродействующие измерители давления.

Преимущества данного метода:

- высокая чувствительность к развивающимся дефектам;
- малое время обнаружения;
- высокая точность определения координат места утечки.

Недостатком метода является трудность выделения сигнала акустической эмиссии на фоне шумов и помех. Для повышения помехоустойчивости и уменьшения количества ложных срабатываний применяются специальные методы обработки принимаемых сигналов.

При разработке системы обнаружения утечек газа на магистральных газопроводах и узлах учета расхода газа на технологическом объекте должны решаться следующие задачи:

- достижение независимости результатов измерения от изменения параметров среды за счет контроля давления газа;
- повышение точности контроля утечек и расхода газа.

Измерение расхода газа является важной задачей в газовой промышленности, так как система учета количества газа невозможна без средств измерения расхода. На объектах газовой промышленности для измерения расхода газа и его количества применяются тахометрические расходомеры и счетчики. В последнее время в индустрию контроля газопроводов также активно внедряются наиболее прогрессивные ультразвуковые расходомеры [4]. Однако в настоящее время для измерения расхода газа наибольшее распространение получил метод переменного перепада давления на сужающем устройстве (СУ). Суть метода состоит в измерении перепада давления до и после СУ, установленного в потоке газа. Объемный расход газа $Q$ для специальных СУ определяют по формуле:

$$Q = CE\varepsilon F_0\sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}},$$

где $C$ — коэффициент истечения, представляющий собой отношение действительного расхода к теоретическому; $E$ — коэффициент скорости входа; ε — коэффициент расширения, учитывающий увеличение удельного объема газа; $F_0$ — площадь СУ, м$^2$; $\Delta p$ — перепад, создаваемый СУ, Па; ρ — плотность газа, кг/м$^3$.

Достоинства метода переменного перепада давления:

1. Универсальность. Данный метод применяется для измерения расхода практически любых сред: жидкости, газа, пара. Для вязких жидкостей применяются СУ специальной формы.
2. Низкая первоначальная стоимость. Стоимость расходомера, основанного на методе переменного перепада давления, складывается, исходя из стоимости СУ, импульсных линий и датчика дифференциального давления.
3. Простая методика поверки. Для периодической поверки расходомеров требуется измерить геометрические размеры СУ и поверить датчик дифференциального давления.
4. Отсутствие движущихся частей.
5. Возможность измерения расхода в условиях высокого давления. Давление в трубопроводе может достигать 40 МПа.
6. Возможность измерения расхода в широком диапазоне температур измеряемой среды — от минус 200°C до плюс 1000°C.
7. Широкий диапазон типоразмеров. Рассматриваемый метод используется на трубопроводах в диапазоне диаметров условного прохода от 15 до 2000 мм.

Недостатки измерения расхода газа методом переменного перепада давления на СУ:

1. Узкий динамический диапазон. Стандартный динамический диапазон СУ приблизительно 1:3. Такое ограничение связано, в первую очередь, с квадратичной зависимостью между расходом и перепадом давления на СУ. Увеличить динамический диапазон позволяет использование высокоточных датчиков дифференциального давления.
2. Высокая стоимость эксплуатации. Расходомеры, основанные на СУ, требуют периодического обслуживания, которое включает в себя: измерение геометрических размеров сужающего устройства, прочистку импульсных линий, прогрев импульсных линий, установку нуля на датчике дифференциального давления.
3. Низкая точность измерений. Погрешность измерений обычно составляет 3,0–3,5 %.

Принцип действия тахометрических расходомеров основан на зависимости скорости вращения преобразователя, установленного в трубопроводе, от расхода газа. У расходомеров типа «счетчик» вал преобразователя расхода через редуктор связан со счетным механизмом, что позволяет измерять количество прошедшего газа. Достоинствами таких приборов являются быстродействие и большой диапазон измерений.

Погрешность счетчиков составляет 0,5–1,5 %, использование тахометрических преобразователей позволяет снизить погрешность преобразования расхода в частоту вращения преобразователя до 0,3 %. Основные недостатки тахометрических расходомеров — износ опор и наличие подвижных элементов. Недостаток по отношению к расходомерам с СУ — необходимость в поверочных установках.

Метод, на основе которого работают ультразвуковые расходомеры, основан на явлении смещения звукового колебания движущейся средой. Этот метод имеет следующие недостатки:

- зависимость собственной скорости ультразвуковых колебаний от физико-химических свойств измеряемой среды;
- скорость потока усредняется вдоль ультразвукового пучка, а не по сечению трубы.

Усреднение скорости потока заставляет разработчиков снабжать конструкцию дополнительными датчиками или отражателями, что делает расходомер более сложным. При этом возрастает вероятность ошибки при выходе из строя датчиков системы.

Достоинства данного метода:

- отсутствие перепада давления;
- высокое быстродействие;
- отсутствие подвижных элементов.

**Результаты исследования.** Анализ показывает, что задача обнаружения и локализации (точного определения места) утечки газа не может быть решена с использованием одного из рассмотренных методов. С учетом достоинств и недостатков методов, рассмотренных в данной статье, предлагается решить задачу с применением трех методов и поэтапно:

- определить участок с утечкой газа между станциями методом расхода объемного баланса;
- методом анализа акустической эмиссии установить локальный участок повреждения трубопровода и утечки газа;
- с помощью ультразвуковой дефектоскопии определить координаты утечки в пределах установленного локального участка повреждения.

Для контроля горизонтальных и прямых участков газопровода и точной фиксации мест утечек с помощью ультразвукового сканера возможно применение различных роботов [5–7], например, видеокроулеров, которые представляют собой мобильные и универсальные средства инспекции трубопроводов. Они подходят для различного применения благодаря модульной конструкции и способности осматривать внутренности труб с диаметрами от 150 до 900 мм. На рис. 2 показан один из таких роботов — видеокроулер Rovver 600. Дистанционное управление робота дает возможность контролировать фокус и освещение, а также направлять ход в области препятствий или ответвлений.



Рис. 2. Видеокроулер Rovver 600

**Обсуждение и заключения**. Авторы предлагают для повышения надежности обнаружения и локализации утечки газа применять комбинированную трехэтапную методику, включающую последовательное использование метода расхода объемного баланса, метода анализа акустической эмиссии и ультразвуковую дефектоскопию. В определенных ситуациях рекомендуется применение специальных роботов. Авторы считают, что роботы должны снабжаться датчиком обнаружения 90-градусного изгиба, установленным на головном звене, а также датчиками скорости и пройденного пути для обеспечения точного позиционирования. Это позволит уменьшить время диагностирования газопроводов различных типов и сократить затраты на контроль их состояния.

Анализ информации по авариям в газовом комплексе имеет большое значение, прежде всего, для оценки показателей риска и надежности работы газотранспортной системы. Результаты анализа требуются для обоснования решений при проектировании объектов системы газоснабжения, а также при планировании мероприятий по повышению их надежности и безопасности в процессе эксплуатации.

**Библиографический список**

1. Единые технические требования на оборудование узлов измерения расхода и количества природного газа, применяемых в ОАО «Газпром» : СТО Газпром 5.37–2011. Утвержден и введен в действие распоряжением ОАО «Газпром» от 21.12.2010 № 500 [Электронный ресурс] / Elima.ru. — Режим доступа: https://elima.ru/docs/index.php?id=6291 (дата обращения : 23.12.2018).

2. Чупин, В. Р. Методы обнаружения утечек газа из магистральных трубопроводов / В. Р. Чупин, Е. В. Гуськов, Д. И. Майзель // Известия вузов: Инвестиции. Строительство. Недвижимость. — 2012. — № 2 (3). — С. 123–127.

3. ГОСТ Р 52727–2007.Техническая диагностика. Акустико-эмиссионная диагностика. Общие требования [Электронный ресурс] / Электронный фонд правовой и нормативно-технической информации. — Режим доступа : http://docs.cntd.ru/document/gost-r-52727-2007 (дата обращения : 23.12.2018).

4. Расход и количество природного газа. Методика выполнения измерений с помощью ультразвуковых преобразователей расхода : СТО Газпром 5.2-2005. Утвержден и введен в действие распоряжением ОАО «Газпром» от 10.10.2005 № 271 [Электронный ресурс] / Охрана труда в России. — Режим доступа : https://ohranatruda.ru/ot_biblio/norma/248957/ (дата обращения : 23.12.2018).

5. Поезжаева, Е. В. Разработка робота для контроля трубопроводов / Е. В. Поезжаева, А. Г. Федотов, П. В. Заглядов // Молодой ученый. — 2015. — №16. — С. 218–222.

6. Программная система тестирования и отладки управляющих программ для робототехнического комплекса: Свид. о гос. рег. прогр. для ЭВМ / А. П. Частиков [и др.]. — № 2011611987; дата рег. 11.01.2011 г.

7. Частиков, А. П. Компьютерная симуляция программного управления виртуальным роботом. Исследование, разработка, испытание / А. П. Частиков, С. П. Глушко, К. Е. Тотухов. — Saarbrucken : Lap Lambert Academic Publishing, 2012. — 136 с.

Сдана в редакцию 25.02.2019
Принята к публикации 05.04.2019

***Об авторах:***

**Лебедь Анна Даниловна,**
студентка кафедры «Системы управления и технологические комплексы» Кубанского государственного технологического университета, (РФ, 350072, г. Краснодар, ул. Московская, 2),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4263-8806
anya-11-06@mail.ru

**Глушко Сергей Петрович,**
доцент кафедры «Системы управления и технологические комплексы» Кубанского государственного технологического университета, (РФ, 350072, г. Краснодар, ул. Московская, 2), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0002-7087-6572
sputnik_s7@mail.ru

*Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 3. С. 256–261. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*
*Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 3, pp. 256–261. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
# MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 631/635 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-256-261

## Сравнение графического выражения зависимостей профиля среза транспортирующего устройства молотильно-сепарирующего агрегата от секундного объема и влажности колосовой фракции*

**А. Г. Дьяченко[1], Т. П. Савостина[2], С. Б. Имад[3]****
[1, 2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[3] Университет Алеппо, г. Алеппо, Сирийская Арабская Республика

## Comparison of graphic expression of dependences of transporter cut profile of threshing-separating unit on the second volume and spike fraction humidity***

**A. G. Dyachenko [1], T. P. Savostina[2], S. B. Imad[3]****
[1, 2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation
[3] University of Aleppo, Aleppo, Syrian Arab Republic

*Введение.* Обмолот представляет собой многофакторный процесс, на который влияют, в частности, скорость подачи растительной массы, удельный вес обмолоченного зерна и недомолота, показатели сепарации, засоренность и влажность растительной массы. С этой точки зрения актуальны и вопросы оптимизации профиля среза транспортирующего устройства, которая позволяет проводить обмолот и сепарацию с наименьшими усилиями. Опытным путем установлено также, что на процесс обмолота влияют объем подаваемого зернового материала за секунду (секундная подача) и скорость движения агрегата.
*Материалы и методы.* Исследования проводились на испытательном стенде, оснащенном молотильно-сепарирующим устройством в форме однополостного гиперболоида. При выполнении представленной работы ширина барабана была разделена на три зоны, а длина — на пять ячеек. Зерно пшеницы, полученное при обмолоте и сепарации в каждой зоне и ячейке, поступало в отдельные контейнеры. Солома собиралась отдельно. Затем зерно и солома взвешивались. Полученные в итоге данные обрабатывались статистическими и математическими методами.
*Результаты исследования.* Рассчитаны длины каждой ячейки исходя из отношения суммарной сепарации и количества зерновой массы, приходящейся на единицу длины. Вычислены длины каждой ячейки в зависимости от изменения влажности. Показатели соотношения влажности массы и длин ячеек представлены в виде таблицы. По заданным табличным значениям для различных уровней влажности зерновой массы построены графики, каждый из которых описан математической моделью, учитывающей длину и ширину барабана. Представлен усредненный профиль среза для обрабатываемой растительной массы влажностью 8%, 12%, 16%, 20%, 24%.
*Обсуждение и заключения.* Анализ данных этой и более

*Introduction.* Threshing is a multifactorial process which is affected, in particular, by the feedrate of the crop, the specific weight of the threshed grain and return, separation rates, weediness and moisture of the crop. From this point of view, the issues of optimizing the profile of the transporter cut, which allows for threshing and separation with the least effort, are also relevant. It was also experimentally established that the threshing process is affected by the volume of grain material delivered per second (second feed) and the unit velocity.
*Materials and Methods.* The studies were conducted on a test bench equipped with a threshing-separating device in the form of a single-cavity hyperboloid. When performing the work, the width of the drum was divided into three zones, and the length – into five cells. Wheat grain, obtained through threshing and separation in each zone and cell, came to individual containers. Straw was collected separately. Then, the grain and straw were weighed. The resulting data was processed by statistical and mathematical methods.
*Research Results.* The lengths of each cell were calculated based on the ratio of the total separation and the amount of grain mass per unit length. The lengths of each cell were calculated depending on changes in humidity. Indicators of the ratio between mass humidity and cell length are presented in the form of a table.
By the given table values for different moisture levels of the grain mass, graphs were constructed, each of which was described by a mathematical model considering the drum length and width. An averaged cut profile is presented for the treated plant mass with humidity of 8%, 12%, 16%, 20%, and 24%.
*Discussion and Conclusions.* Analysis of the data in this paper and earlier ones provides the comparison of the graphic expres-





*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
** E-mail: Dyachenko_aleshka@bk.ru, kovtanya@yandex.ru, Imad12sb@gmail.com
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

ранних работ позволил сравнить графическое выражение зависимостей профиля среза транспортирующего устройства от секундного объема и влажности поступающего на него зернового вороха. Установлено, что кривые профиля среза идентичны по всей длине барабана. Коэффициент достоверности близок к 1, что говорит о точности модели. Очевидна идентичность усредненных профилей среза в зависимости от влажности растительной массы и от секундной подачи.

sion of the dependences of the transporter cut profile on the second volume and humidity of the grain mass entering it. It has been established that the cut profile curves are identical along the entire length of the drum. The confidence factor is close to 1, which indicates the accuracy of the model. The identity of the averaged cut profiles is obviously dependent on moisture of the plant mass and on the second feed.

**Ключевые слова:** молотильно-сепарирующее устройство, зерновой ворох, колосовая фракция, подача растительной массы, транспортирующее устройство, профиль среза транспортирующего устройства, недомолот, сепарация, засоренность, влажность.

**Keywords:** threshing and separating device, grain mass, spike fraction, plant mass input, transporter, cut profile, return, separation, weediness, humidity.

***Образец для цитирования:*** Дьяченко, А. Г. Сравнение графического выражения зависимостей профиля среза транспортирующего устройства молотильно-сепарирующего агрегата от секундного объема и влажности колосовой фракции / А. Г. Дьяченко, Т. П. Савостина, С. Б. Имад // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 256−261. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-256-261

***For citation:*** A.G. Dyachenko, et al. Comparison of graphic expression of dependences of transporter cut profile of threshing-separating unit on the second volume and spike fraction humidity. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 256−261. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-256-261

**Введение.** Улучшение качественных показателей зерна — один из важных факторов повышения урожайности [1, 2]. В процессе зерноуборочных работ, особенно обмолота, происходит сильное повреждение зерен [3]. В зерноуборочном комбайне зерно отделяется от соломенных примесей. На этом этапе зерна получают повреждения, ухудшается их качество, происходят количественные потери [4].

Можно сократить негативное воздействие названных факторов, если в процессе обмолота увеличить путь прохождения массы равномерным слоем по всей длине барабана. Проведенные ранее исследования показали, что обмолачиваемое зерно проходит более плотным слоем в середине барабана [5], и в этой зоне увеличивается сепарация. Ближе к краям барабана масса значительно менее плотная, и объем отделенного зерна здесь в 2–3 раза меньше, чем в середине [6, 7]. С этой точки зрения наиболее перспективной представляется конструкция молотильно-сепарирующего устройства тангенциально-аксиального типа, который равномерно распределяет обмолачиваемую массу по всей длине барабана.

Потери при обмолоте и сепарации зависят от качественных показателей зерна и от технических характеристик барабана [8, 9]. Актуальна также оптимизация профиля среза транспортирующего устройства, которая позволяет проводить обмолот и сепарацию с наименьшими усилиями. Профиль среза транспортирующего устройства — это часть транспортной доски сепаратора, предназначенная для равномерного и непрерывного перемещения колосовой фракции по ширине тангенциально-аксиального молотильно-сепарирующего устройства в виде гиперболоида вращения.

В свое время была установлена зависимость профиля среза от частоты вращения режущего рабочего органа, высоты его установки и угла наклона режущих элементов жатки [10]. Кроме того, опытным путем установлено, что на процесс обмолота также влияют объем подаваемого зернового материала за секунду (секундная подача) [8], а также скорость движения агрегата [11].

Цель исследования — создание математической модели процесса обмолота при равномерной подаче обрабатываемой массы по всей длине молотильно-сепарирующего барабана.

**Материалы и методы.** Исследования проводились на испытательном стенде, оснащенном молотильно-сепарирующим устройством в форме однополостного гиперболоида (рис. 1).

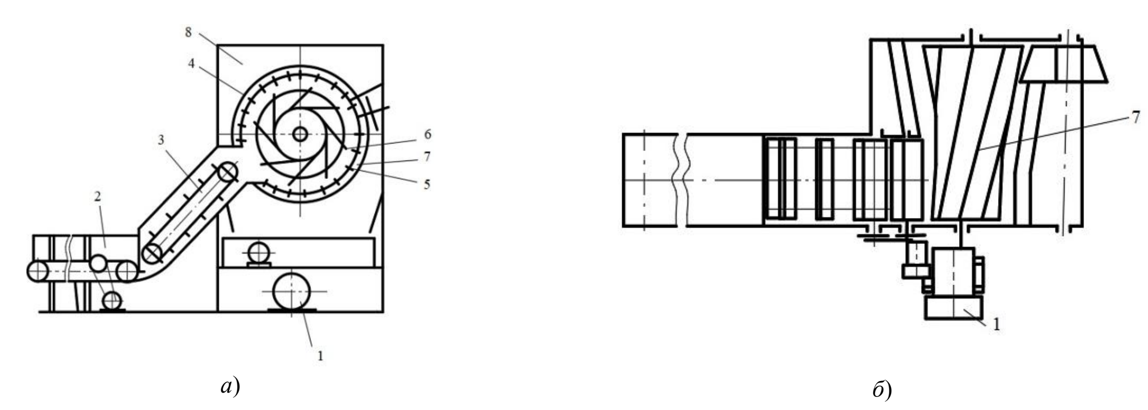



Рис. 1. Схема стенда, оснащенного молотильно-сепарирующим устройством: вид сбоку (*а*); вид сверху (*б*)

Стенд состоит из электродвигателя 1. От него через ременную передачу на приводной барабан 4 передается вращение. На барабане установлено молотильно-сепарирующее устройство. Его форма представляет собой вращающийся однополостный гиперболоид 7. Молотильно-сепарирующее устройство 7 состоит из отбойных битеров 6 и деки 5. Испытательный стенд защищен кожухом 8. В загрузочную зону 2 поступает колосовая фракция. Эта масса по транспортерной ленте 3 подается к молотильно-сепарирующему устройству 7.

При выполнении научной работы ширина барабана была разделена на три зоны, а длина — на пять ячеек. Зерно пшеницы, полученное при обмолоте и сепарации в каждой зоне и ячейке, поступало в отдельные контейнеры для сбора. Солома собиралась отдельно. Затем зерно и солома взвешивались.

Данные, полученные в результате проведенного исследования, обрабатывались статистическими и математическими методами [10, 11].

Предварительные исследования [6, 7, 12] позволяют сделать следующее утверждение: по мере продвижения обмолачиваемого зернового вороха в молотильно-сепарирующем устройстве суммарная сепарация зерна увеличивается от первой зоны к третьей.

В рамках представленной работы профиль среза определен экспериментально.

Задача исследования — сравнить зависимости профиля от:
— объема подаваемого в секунду растительного материала;
— влажности растительного материала.

Ранее установлена взаимосвязь профиля среза и величины секундной подачи [13, 14], поэтому необходимо установить аналогичную зависимость профиля и уровня влажности обмолачиваемой массы. В табл. 1 представлены абсолютные величины сепарации по ячейкам в зависимости от влажности [12].

Таблица 1

Абсолютные суммарные значения сепарации по ячейкам в зависимости от влажности массы

| Влажность зерна | $\sum S_1$ | $\sum S_2$ | $\sum S_3$ | $\sum S_4$ | $\sum S_5$ | $\sum S$ | Const |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| w = 8 % | 10,8893 | 6,74 | 4,578 | 4,401 | 7,4922 | 34,1004 | 0,0341 |
| w = 12 % | 8,2186 | 5,291 | 3,603 | 3,264 | 5,3326 | 25,7084 | 0,02571 |
| w = 16 % | 6,7987 | 4,569 | 3,317 | 3,115 | 4,8956 | 22,6958 | 0,0227 |
| w = 20 % | 6,3305 | 4,172 | 3,154 | 2,916 | 4,4444 | 21,017 | 0,02102 |
| w = 24 % | 6,0782 | 3,906 | 3,029 | 2,786 | 4,2682 | 20,065 | 0,02007 |

**Результаты и обсуждение.** Для определения профиля среза должно быть выполнено следующее условие: сохранение постоянного (const) количества обрабатываемой массы на единицу длины молотильно-сепарирующего устройства. Величина постоянной определяется отношением суммарной сепарации к длине барабана L = 1200 мм. Методика определения была применена ранее при построении профилей среза, соответствующих различным величинам секундной подачи [14].

Для расчета длины каждой ячейки необходимо определить отношение суммарной сепарации и количества зерновой массы, приходящейся на единицу длины:

$$\ell_i = \frac{\sum S_i}{const}, \qquad (1)$$

где $\sum S_i$ — величина абсолютной суммарной сепарации в i-й ячейке; const — объем обрабатываемой массы, приходящейся на единицу длины МСУ при заданной влажности растительной массы.

Подставляя значения из табл. 1 в формулу (1) и вычисляя длину каждой ячейки в зависимости от изменения влажности, получаем результаты, приведенные в табл. 2.

Таблица 2

Соотношение влажности массы и длин ячеек

| Влажность зерна | $\ell_1$, мм | $\ell_2$, мм | $\ell_3$, мм | $\ell_4$, мм | $\ell_5$, мм | $\sum \ell$, мм |
|---|---|---|---|---|---|---|
| w = 8 % | 319,331 | 197,7 | 134,3 | 129,1 | 219,71 | 1000 |
| w = 12 % | 319,685 | 205,8 | 140,1 | 127 | 207,43 | 1000 |
| w = 16 % | 299,558 | 201,3 | 146,2 | 137,3 | 215,71 | 1000 |
| w = 20 % | 301,209 | 198,5 | 150,1 | 138,7 | 211,47 | 1000 |
| w = 24 % | 302,925 | 194,7 | 151 | 138,8 | 212,72 | 1000 |

Суммарная величина длин всех ячеек $\sum \ell$ равна ширине барабана B = 1000 мм.

Значения величин длин $\ell_i$ откладываются на графике по абсциссе и соответствуют i-м ячейкам длины барабана L.

По заданным табличным значениям для каждой из величин влажности зерновой массы были получены приближенные функции f (x). Каждый график, представленный на рис. 2, описан математической моделью зависимости длины барабана (L) от его ширины (B).

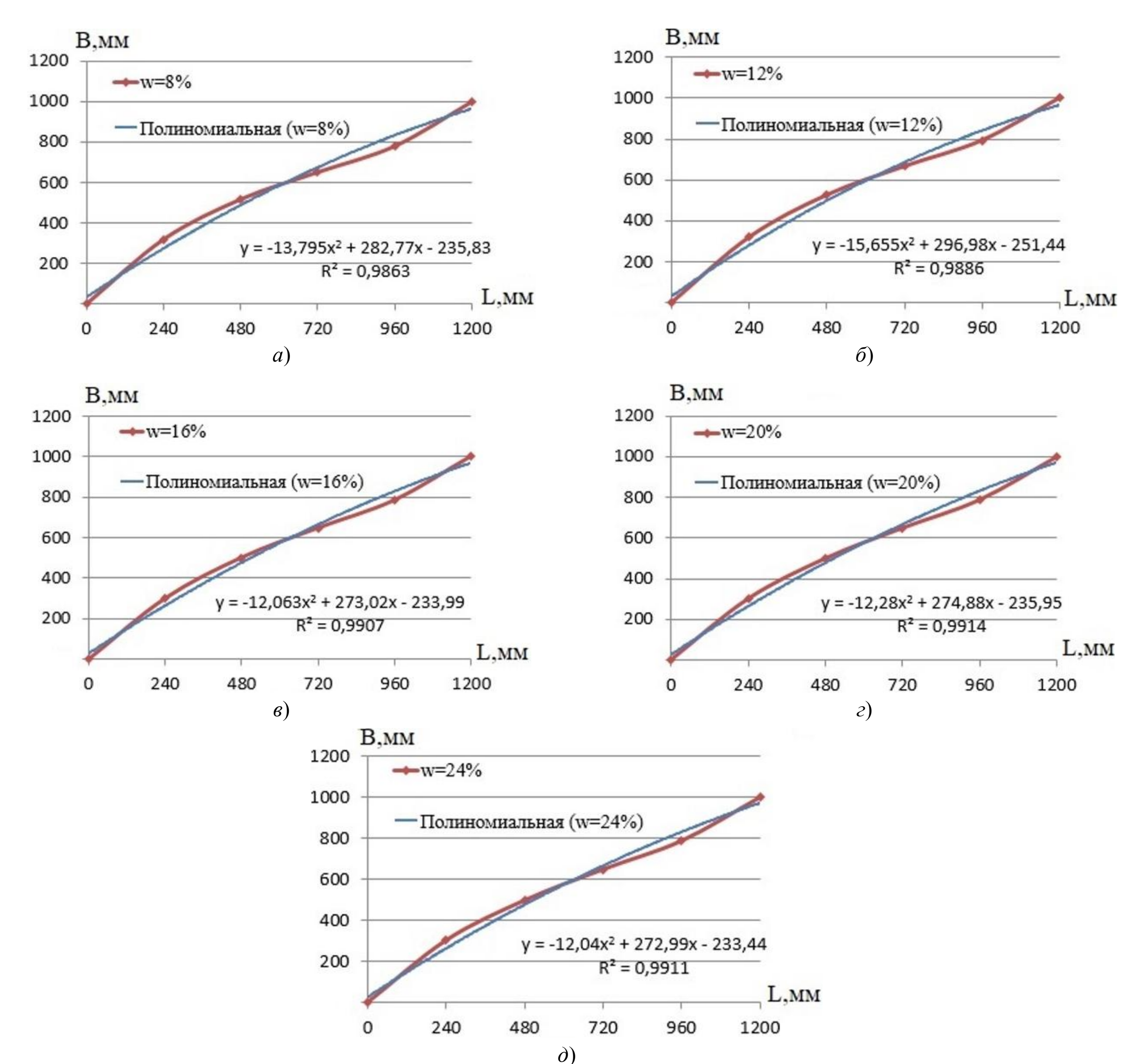



Рис. 2. Зависимость профилей среза от показателя влажности обрабатываемой массы:
8 % (*а*); 12 % (*б*); 16 % (*в*); 20 % (*г*); 24 % (*д*)

Из рис. 2 видна идентичность графиков. Следовательно, можно построить усредненный профиль среза для всего диапазона влажностей обрабатываемого зернового вороха. С этой целью величины длин каждой из ячеек суммируются и делятся на общее количество величин влажностей. По аналогии с предыдущими графиками строится усредненный профиль среза (рис. 3).

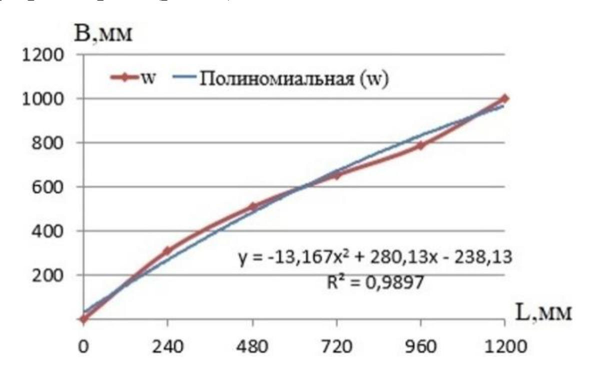



Рис. 3. Усредненный профиль среза для обрабатываемой растительной массы влажностью 8%, 12%, 16%, 20% и 24%

Данные рис. 3 сравниваются с полученным ранее усредненным профилем среза, обусловленного секундной подачей (рис. 4).

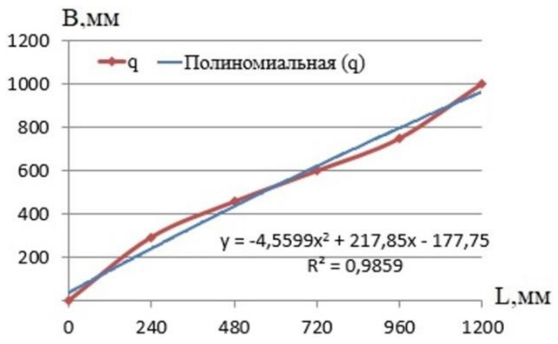



Рис. 4. Усредненный профиль среза для обрабатываемой растительной массы в зависимости от секундной подачи

**Обсуждение и заключения**

1. Из графиков рис. 2 видно, что при изменении влажности обрабатываемой растительной массы кривые профиля среза идентичны по всей длине барабана.

2. Коэффициент достоверности аппроксимации $R^2$ показывает степень соответствия трендовой модели исходным данным. Коэффициент достоверности близок к 1, что говорит о точности модели.

3. Очевидна идентичность усредненных профилей среза в зависимости от влажности растительной массы (рис. 3) и от секундной подачи (рис. 4).

**Библиографический список**

1. Krasnoshchekov, N.V. Innovative development of agricultural production in Russia / N. V. Krasnoshchekov. — Moscow : Rosinformagrotekh, 2009. — P. 388.

2. Maslov, G. G. Russian grain is not in high demand on the world market / G. G. Maslov // Chief Agronomist. — 2009. — № 11. — P. 6.

3. Lipovsky, M. I. Rotary combine harvester quality improving / M. I. Lipovsky // Agricultural machinery and technology. — 2014. — № 2. — P. 43.

4. Maslov, G. G. Grain crops complex harvesting perspectives: monograph / G. G. Maslov, A. V. Palapin, N. A. Rinas. — Krasnodar : Kuban State Agrarian University, 2014. — P. 87.

5. Зерноуборочная очесывающая машина : патент 2305395 Рос. Федерация : A01D 41/08 / Б. Ф. Тарасенко [и др.]. — № 2005131140/12 ; заявл. 07.10.05 ; опубл. 10.09.07, Бюл. № 25. — 6 с.

6. Антибас, И. Р. Исследование процесса обмолота тангенциально-аксиальным сепарирующим устройством в зависимости от распределения зерновой массы по зонам / И. Р. Антибас, А. Г. Дьяченко, Т. П. Савостина // Научное обозрение. — 2016. — № 23. — С. 87–91.

7. Антибас, И. Р. Влияние секундной подачи на процесс обмолота тангенциально-аксиальным молотильно-сепарирующим устройством / И. Р. Антибас, Т. П. Савостина // Научное обозрение. — 2017. — № 3. — С. 47–51.

8. Антибас, И. Р. Влияние параметров молотильно-сепарирующего устройства на обмолот / И. Р. Антибас, Т. П. Савостина, Б. И. Саед // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 2 (89). — С. 108–115.

9. Антибас, И. Р. Моделирование профиля среза транспортирующего устройства / И. Р. Антибас, Т. П. Савостина // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. ст. 11-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 21-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2018». — 2018.— С. 40–42.

10. Combination cone penetration resistance/water content instrumentation to evaluate cone penetration-water content relationships in tillage research / D.-R. Lapen [et al.] // Soil & Tillage Research. — 2003. — № 58. — P. 193–206.

11. Salloum, W. Design of Penetrometer Cone for Measuring Soil Penetration Resistance and Determine Soil Porosity / W. Salloum, H. Bahlawan // Research Journal of Aleppo University. — 2009. — № 76. — P. 40–57.

12. Дьяченко, А. Г. Влияние влажности обмолачиваемого материала на процесс обмолота / А. Г. Дьяченко, Т. П. Савостина // Инновационные технологии в науке и образовании (ИТНО-2017) : мат-лы V Междунар. науч.-практ. конф. — Ростов-на-Дону : ДГТУ-Принт, 2017. — С. 88–91.

13. Савостина, Т. П. Профиль среза транспортирующего устройства от величины подачи хлебной массы / Т. П. Савостина, А. Г. Дьяченко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. ст. 11-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 21-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2018». — Ростов-на-Дону : ДГТУ-Принт, 2018. — С. 44–46.

14. Савостина, Т. П. Оптимизации профиля среза транспортирующего устройства от величины секундной подачи / Т. П. Савостина, Б. И. Саед // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 4 (91). — С. 44–49.

Сдана в редакцию 22.01.2019
Принята к публикации 12.04.2019

***Об авторах:***

**Дьяченко Алексей Геннадьевич,**
доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-9934-4193
alexey-a2@mail.ru

**Савостина Татьяна Петровна,**
старший преподаватель кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: http://orcid.org/0000-0001-5550-7624
kovtanya@yandex.ru

**Саед Бакир Имад,**
доцент кафедры «Сельскохозяйственное машиностроение» Сирия, Алеппо, Алеппо университет (Сирия, Алеппо, Алеппо университет), доктор технических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-3855-7691
Imad12sb@gmail.com

Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 3. С. 262–267. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006
Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 3, pp. 262–267. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ
# MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.75.04 / УДК 621.91.04 / 004.9 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-262-267

## Разграничение понятий математического и логического моделирования*

**Е. Н. Колыбенко**[1]**
[1]Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## Distinction between the concepts of mathematical and logical modeling***

**E. N. Kolybenko**[1] **
[1]Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение*. Технологии математического и логического моделирования решения задач по существующей практике их распространения распределяются на два направления: широко распространенное математическое моделирование и информационное логическое моделирование, которое в настоящий момент развито недостаточно, в особенности для сложноорганизованных систем. Принципиальные различия этих технологий, в частности для подготовки производства обработкой резанием, в том, что логическое моделирование информационно и логически связано с системами организации, а математическое — с процессами управления в системах организации. Логическое моделирование используется для оперирования геометрическими объектами в технологических схемах их взаимодействия методами базирования, геометрического формообразования в условиях статической, т. е. идеальной настройки соответствующих схем. Математическое моделирование используется для оперирования материальными объектами в процессах управления их преобразованиями методами обработки резанием, т. е. неидеально с учетом функционально различных погрешностей. Между рассматриваемыми системами организации и процессами управления в них существуют информационные и логические связи их органического единства, отрицающие их раздельное рассмотрение. Для информационной детерминированной технологии решения задач высокого уровня автоматизации разграничение понятий «математическое» и «логическое» моделирование актуально, обладает научной новизной и практической значимостью.
*Материалы и методы*. Для характеристики свойств понятий «математическое моделирование», «логическое моделирование» и функций знаний, следующих из формулирования этих понятий, используются принципиально различные методы и соответствующие инструментальные средства. В основу разграничения рассматриваемых понятий положено разграничение технологий (методы, соответствующие средства, алгоритмы, операции) решения прикладных задач какой-либо предметной области знаний.
*Результаты исследования*. Понятия «логическое моделирование» и «математическое моделирование» являются концептуальными общетеоретическими понятиями, обладающими инвариантными свойствами, которые необходимы для решения задач практики какой-либо предметной области. В соответствии с разграничениями рассматриваемых понятий, технологии решения задач подразделяются на два типа: технология системной инженерии — в системах организации информационных объектов и технология

*Introduction.* Technologies of mathematical and logical modeling of problem solving according to the existing practice of their distribution are divided into two areas: widespread mathematical modeling and infological modeling which is currently underdeveloped, especially for sophisticated systems. Fundamental differences between these technologies, in particular for the machining preproduction, are that logical modeling is informationally and logically related to organization systems, and mathematical modeling is associated with control processes in the organization systems. Logical modeling is used to operate with geometric objects in the technological schemes of their interaction through basing methods, geometric shaping in a static (ideal) setting of the corresponding schemes. Mathematical simulation is used to operate material objects in the control processes of their transformations through cutting methods, i.e. imperfectly, considering heterogeneous errors. Between the organization systems under study and management processes in them, there are information and logical links of their organic unity, which deny their separate consideration. In the information deterministic technology for solving problems of a high-level automation, the distinction between the concepts of "mathematical" and "logical" modeling is relevant; it has scientific novelty and practical significance.
*Materials and Methods*. To characterize the properties of the concepts of "mathematical modeling", "logical modeling" and the knowledge functions resulting from the formulation of these concepts, fundamentally different methods and appropriate tools are used. The differentiation of the concepts under consideration is based on the differentiation of technologies (methods, appropriate tools, algorithms, operations) for solving applied problems of any knowledge domain.
*Research Results*. The ideas of "logical modeling" and "mathematical modeling" are conceptual general-theoretical notions with invariant properties required for solving practical problems of any application domain. In accordance with the distinction between these concepts, the problem solving technologies are divided into two types: system engineering technology – in the organization of information object systems, and system science – in the management processes of transfor-





* Работа выполнена в инициативном порядке.
**E-mail: e.n.kolybenko@mail.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

системотехники — в процессах управления преобразованиями соответствующих материальных объектов. Эти направления должны существовать в информационной и логической связи их органического единства.
*Обсуждение и заключения*. Автором разграничены понятия «логическое моделирование» и «математическое моделирование», что является важнейшим условием успешного перехода к детерминированной информационной технологии высокого уровня автоматизации в решении задач практики какой-либо предметной области знаний, например, технической подготовки производства резанием.

mation of the corresponding material objects. These areas should exist in the information and logical link of their organic unity.
*Discussion and Conclusions*. The author distinguishes between the concepts of "logical modeling" and "mathematical modeling", which is a key condition for a successful transition to the deterministic information technology of a high-level automation in solving practical problems of any knowledge domain, for example, of the production design machining.

**Ключевые слова:** техническая подготовка производства, обработка резанием, системный анализ, информационная технология, моделирование решений, системная технология.

**Keywords**: production design engineering, cutting, system analysis, information technology, decision modeling, system science.

***Образец для цитирования:*** Колыбенко, Е. Н. Разграничение понятий математического и логического моделирования / Е.Н. Колыбенко // Вест- ник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 262−267. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3- 262-267

***For citation:*** E. N. Kolybenko. Distinction between the concepts of mathematical and logical modeling. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 262−267. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-262-267

**Введение.** Основные положения системной инженерии, как творческой технологии комплексного решения инженерных и организационно-управленческих задач, изложены в работе [1]. Отмечено, что чрезвычайно высокая сложность и разнообразие крупномасштабных высокоавтоматизированных систем существенно затрудняет использование исключительно средств математики для их определения. Концепция системной инженерии формировалась в рамках практики успешных разработок. Однако, данная работа вышла с изменением буквального перевода понятия «системная инженерия» на понятие «системотехника». Далее технология системотехники сформировалась как самостоятельное направление знаний. Функции технологии системотехники — управление процессами преобразования материальных объектов в соответствующих системах организации. После введения понятия «системотехника» системная инженерия в нашей стране, как концептуальная прорывная конкурентоспособная информационная технология создания крупных сложных информационных систем высокого уровня автоматизации, была в значительной степени утеряна. Развитие пошло по направлению проектирования технологических процессов управления в системах организации функционально различными методами и средствами математического аппарата.

Функционально различные аспекты подхода к технологии системной инженерии в познании базы знаний предметной области по семи уровням иерархии ее базовых объектов различных типов изложены в работе [2] на примере технологической подготовки производства (ТПП) резанием по всему ее циклу.

Функции технологии системной инженерии — это организация на инвариантной основе детерминированных систем высокого уровня автоматизации для информационного логического моделирования решения возможного множества задач в моделях базовых объектов знаний и базах данных их решений с выпуском проектной документации. Ознакомление с работами [3–13] позволяет отметить, что направление технологии системной инженерии широко развито в части информационного и программного обеспечения систем обработки информации на компьютере, а также в функционально различном менеджменте. В технологической подготовке механообрабатывающего производства развитие пошло в направлении перевода традиционных знаний в электронную форму для восприятия компьютером. На основе таких преобразований формы знаний организованы малоэффективные не имеющие выхода в САПР диалоговые системы решения задач практики низкого уровня автоматизации. Технология системотехники развита широко.

Глубинные свойства понятий приведены в работе [14]: «…одним из свойств сознания человека является способность применять ранее накопленные знания для решения возникающих логических проблем»; «…понятие можно определить и как некоторую языковую конструкцию, имеющую определенный смысл, т. е. образное содержание». Там же: «Объект, с целью изучения которого проводятся исследования, называется оригиналом, а объект, исследуемый вместо оригинала для изучения определенных свойств, называется моделью». Там же: «Моделирование есть метод (или процесс) изучения свойств объектов-оригиналов посредством исследования соответствующих свойств их моделей».

Если свойства реального объекта описать словами, математической формулой, чертежом или рисунком, т. е. формализовать их в модели, то такую модель можно назвать информационной. Только знания информационной природы пригодны для обработки на компьютере. Системный анализ знаний по технологии систем-

ной инженерии труден для восприятия, но его результаты информативны и одновременно лаконичны. Исходя из необходимости встраивания формализованных понятий в структуру базовых объектов знаний различных типов предметной области, содержание понятий должно достигать максимальной строгости. Принципиально важной является авторская актуализированная трактовка существующих и принципиально новых понятий.

**Материалы и методы.** Введем актуализированное понятие системных принципов. Системные принципы — это информационные логические утверждения подхода к решению задач исследования технологических систем, процессов функционально различного назначения в условиях соответственно статической, динамической настройки, проверенные множественной практикой их использования.

Далее сформулируем системные принципы.

1. Необходимым условием упорядоченного технологического процесса функционально различной природы (технической, физической, химической, биологической) преобразования какого-либо объекта является наличие системы управления. Функция управления преобразованием всегда конкретна, реализуется в отношении соответствующей технологической системы. Из этого следует, что необходимым условием существования системы управления преобразованиями какого-либо объекта является наличие соответствующей технологической системы его организации. Сошлемся на известное и справедливое высказывание: «Нельзя хорошо управлять плохо организованным объектом». При этом понятие «организация» далее рассматриваем на основе соответствия понятию «структура» в различных аспектах его толкования на примере технологической подготовки механообрабатывающего производства. Решение задач ТПП автором организовано на возможном множестве деталей, объектов производства, станков, режущих инструментов, приспособлений для установки режущих инструментов и объектов производства; при этом используем обозначение {…} — множество.

Введем актуализированные понятия.

- **Структура —** это строение (организация) какого-либо объекта, определенное методами декомпозиции в составе элементов структуры и методами синтеза наложением связей между элементами структуры различных уровней и одного уровня структуры, в основу которого положены параметры проектного качества основных элементов интеграции, дезинтеграции структуры.
- **Основные элементы интеграции, дезинтеграции структуры —** это элементы знаний, характеризующие функционально различные элементы структуры объектов ({детали}) стадии конструкторской подготовки производства (КПП) и объектов ({исходные заготовки}) стадии технологической подготовки производства (ТПП), а также связи между элементами структуры.
- **Проектное качество основных элементов интеграции, дезинтеграции в структуре объектов ({детали}) стадии КПП и в структуре объектов ({исходные заготовки}) стадии ТПП —** это функция, подлежащая безусловному исполнению для совокупности параметров проектного качества, характеризующая возможное множество различных свойств объектов в их распределении по различным элементам структуры объектов и связям между элементами структуры объектов.
- **Базовый объект знаний—** это материал, который определен на основе понятия «структура» в органическом единстве его информационных и логических связей с понятиями «содержание» и «форма», отрицающем их раздельное рассмотрение.
- **Информационный «ведомый» (основной) объект преобразования —** это первичный материал, информационное отображение знаний которого возможно только в единой среде одного уровня структуры технологической схемы на основе взаимодействия элементов структуры «ведомого» объекта в общем случае с группой элементов структуры «ведущего» объекта, а управляемое преобразование реализуется только в соответствующих технологических процессах.

2. Сопряжение «ведомого» и «ведущего» объектов взаимодействия наложением связей своего функционального назначения со стороны в общем случае группы элементов структуры «ведущего» объекта на функциональные элементы в структуре «ведомого» объекта позволяет определить метод преобразования «ведомого» объекта и свойства сопрягаемых объектов.

3. Технологические операции информационной технологии решения задач стадий КПП и ТПП распределяем на основные и вспомогательные операции. Основные операции распределяем в два направления — технологическое и конструкторское. В основных операциях рассматриваем виды обеспечения технологических систем организации рабочих машин и систем рабочих машин для обработки резанием. Во вспомогательных операциях рассматриваем виды обеспечения технологических систем управления рабочими машинами для обработки резанием. Вспомогательные операции конструкторского направления целесообразно закрепить за соответствующими отделами стадии КПП. Виды обеспечения технологических систем организации и управления определяем в информационной и логической связи в составе: организационное, методическое, логическое, нормативное, информационное, программное, техническое.

4. Объектами преобразования в технической подготовке механообрабатывающего производства являются материальные объекты {детали, сборочные узлы изделий} стадии КПП и {исходные заготовки, заготовки} стадии ТПП. Соответствующие материальным объектам стадий КПП и ТПП геометрические объекты являются идеальными.

Структура объектов стадии КПП рассматривается в соответствии с составом рабочих функций, исполняемых каждой из четырех групп элементов структуры [15]. Рабочие функции элементов структуры в этой работе определены объединением функций базирования с другими функциями в возможные их сочетания. Состав функций: базирование, направляющие, передача крутящего момента, деление и фиксация.

Структура объектов {исходные заготовки, заготовки} стадии ТПП рассматривается в соответствии с составом рабочих функций, исполняемых двумя «ведомыми» объектами взаимодействия в соответствующих технологических схемах. Состав функций: базирование, базирование и геометрическое формообразование элемента конструкции.

5. В основу познания геометрических объектов положено распределение основных элементов (интеграции, дезинтеграции) структуры объектов производства (исходных заготовок, заготовок) соответственно и параметров их проектного качества по маршруту преобразований резанием на группы:

- линейные и угловые размеры элементарных простых и налагаемых (простых, сложных) элементов формы;
- макро геометрическая форма элементов формы;
- микрогеометрическая форма (высота микронеровностей) элементов формы;
- позиционные связи для исполнения функций взаимного расположения между центрами систем координат функционально различных групп элементов формы в структуре одного объекта и различных объектов, а также между координатными «геометрическими» осями «основных» и «налагаемых» простых и сложных элементов формы.
- функционально различные отношения для исполнения функций взаимного расположения, например (совмещение, перпендикулярность, параллельность) между координатными «геометрическими» осями элементов формы в различных их группах структуры одного объекта и между координатными «направляющими» осями технологических схем взаимодействия различных объектов.

6. Информационные модели систем организации рассматриваем на основе следующих принципов:

- вне времени, в пространстве в общем случае совокупности информационно и логически связанных систем координат;
- идеально в условиях статической настройки технологических схем взаимодействия информационных объектов без применения каких-либо сил, но с учетом фактора времени в условиях динамической настройки процессов управления преобразованиями соответствующих реальных «ведомых» объектов;
- с учетом функционально различных погрешностей параметров проектного качества основных элементов интеграции, дезинтеграции структуры реальных «ведомых» объектов.

7. Технологию информационного логического моделирования решений задач практики методами и соответствующими средствами рассматриваем на основе следующих принципов.

7.1. Оперируем с функционально определенной системой понятий, каждое из которых имеет свое формализованное обозначение. Решение задач проводится на основе распределения структуры информационных моделей для основных базовых объектов знаний в две части информации: инвариантная, типовая объектно-ориентированная параметрическая. Информационные модели базовых объектов знаний более высокого уровня организованы на основе типовых объектно-ориентированных параметрических частей.

7.2. В типовых объектно-ориентированных параметрических частях информационных моделей базовых объектов знаний всех типов решаются задачи безусловного обеспечения проектного качества основным элементам (интеграции, дезинтеграции) структуры «ведомых» объектов преобразования. Решение задач всегда конкретно в пределах записи информации. Проводится в соответствии с интегральным алгоритмом в технологии отображения и преобразования базы знаний предметной области в иерархии структуры классификации ее базовых объектов знаний по семи уровням структуры; в соответствии с графом структуры базового объекта знаний какого-либо типа.

7.3. В базах данных решений определенных на основе инвариантных частей информационных моделей основных базовых объектов знаний в общем случае в пределах преобразований структуры, рабочих функций и параметров различных свойств решаются задачи оптимизации материальных и трудовых ресурсов.

7.4. Используем средства системного анализа знаний: концептуальные понятия, теорию множеств, теорию графов. Концептуальные понятия — это «отображение», «преобразование», «структура», «множество», др. Графические средства – формализованные обозначения понятий встраиваемых в структуру базовых объектов

знаний. Теория множеств — раздел математики, включающий понятие «логический оператор» для высказывания утверждений наложением связей между формализованными понятиями и т.д. Теория графов — раздел математики, изучающий, в частности, «графы структуры», используемый «диаграммы Венна» для наложения связей между функционально едиными объектами рассмотрения.

8. Информационное логическое моделирование базовых объектов знаний функционально различных типов какой-либо предметной области, в основу которого положены принципы системного анализа для налаживания непрерывного, гибкого интегрального алгоритма в технологии (методы, соответствующие средства, алгоритмы, операции) отображения и преобразования знаний, выявляет все «огрехи» аморфного (вне структуры) отображения и преобразования знаний. Здесь важны целевые свойства понятия «логическое моделирование» и функции знаний, следующие из его формулирования.

9. Математические модели процессов управления рассматриваем на основе следующих принципов:

- в соответствии с алгоритмом в технологии решения задач предметной области знаний;
- с учетом информационных и логических связей органического единства систем организации и процессов управления, параметров времени и пространства;
- не идеально в условиях динамической настройки технологических процессов взаимодействия реальных объектов технической, физической, химической, биологической природы с применением различных сил.

Определяемые экспериментальными измерениями различные погрешности параметров проектного качества основных элементов (интеграции, дезинтеграции) структуры реальных «ведомых» объектов в процессе их преобразования подлежат учету с последующим нормативным их упорядочиванием до расчетных предельных допускаемых отклонений точности для использования в справочной документации в виде рекомендуемых технических условий на проектирование.

10. Технологию математического моделирования решений задач практики рассматриваем на основе следующих принципов:

- оперируем с функционально определенной системой параметров, каждый из которых обозначен своим символом;
- с использованием различных методов и соответствующих средств математического аппарата;
- решение задач всегда конкретно в пределах записи информации, проходит как преобразование параметров (параметрические модели).

**Результаты исследования.** Под управлением функции целеполагания человека [16] понятия «пространство — время», «системы организации — процессы управления», «логическое моделирование — математическое моделирование» рассматриваем на инвариантной основе относительно каких-либо предметных областей знаний в их системной информационной и логической связке. Идентификатором их связи, обладающим свойством органического единства, отрицающим раздельное рассмотрение, является понятие «содержание преобразования «ведомых» объектов» в пределах определенных технологических элементов управления [17].

Технология системной инженерии, определенная автором для ТПП механообработки в практике договорных работ как информационная технология познания базы ее знаний, может быть распространена на давление, сварку, функционально различный менеджмент, компьютерную обработку информации.

**Обсуждение и заключение.** Стадия ТПП механообработки, безусловно, крупное сложное информационное изделие, включающее в себя как функционально различные системы организации составляющих ее информационных изделий, так и процессы управления в них. Множественные попытки решения задач автоматизации ТПП по всему циклу ее практики оказывались неудачными по причине логически неформализованного представления исходных данных и наличия существенных трудностей, характерных для крупных сложноорганизованных автоматизированных систем, при реализации проектных решений с использованием только математического аппарата. Исходя из логической незавершенности традиционных описательных знаний, переход к технологии их отображения и преобразования в знания информационной природы для достижения достаточного уровня автоматизации решения задач практики существенно затруднен или невозможен. Для налаживания непрерывного и гибкого интегрального алгоритма в детерминированной технологии решения задач высокого уровня автоматизации необходимы методы и инструментальные средства системной инженерии информационного логического моделирования.

**Библиографический список**

1. Гуд, Г. Х. Системотехника. Введение в проектирование больших систем / Г. Х. Гуд, Р. Э. Макол [пер. с англ. К. Н. Трофимова, С. Е. Жорно, И. В. Соловьева; под ред. Г. И. Пивоварова]. — Москва : Советское радио. — 1962. — 383 с.

2. Колыбенко, Е. Н. Функционально различные аспекты технологии системной инженерии в познании базы знаний предметной области в примере технологической подготовки механообрабатывающего производства / Е. Н. Колыбенко, А. А. Мордовцев // Системный анализ в проектировании и управлении : сб. науч. трудов XXIII Междунар. науч.-практ. конф. — Санкт-Петербург : Изд-во СПб. гос. политехн. ун-та, 2019. — Т. 3. — С. 281–293.

3. Кондаков, А. И. Системное моделирование взаимодействий в технологических средах / А. И. Кондаков, А. С Васильев // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 1998. — № 4. — С. 92.

4. Васильев, А. С. Совершенствование методологии технической подготовки производства деталей машин / А. С. Васильев // Справочник. Инженерный журнал с приложением. — 2013. — № 10(199). — С. 5–10.

5. Безъязычный, В. Ф. Основные понятия и положения в технологии машиностроения / В. Ф Безъязычный, А. Г Суслов // Наукоемкие технологии в машиностроении. —.2018. — № 2(80). — С. 3–9.

6. Митин, С. Г. Проектирование операций со сложной структурой в многономенклатурных механообрабатывающих системах / С. Г. Митин, П. Ю. Бочкарев. — Саратов : Изд-во Сарат. гос. техн. ун-та, 2016. — 108 с.

7. Волкова, В. Н. Теория информационных систем : учеб. пособие / В. Н. Волкова. — Санкт-Петербург : Изд-во СПб. гос. политехн. ун-та, 2012. — 340 с.

8. Моделирование систем : учеб. пособие / под ред. В. Н. Волковой, В. Н. Козлова. — Санкт-Петербург : Изд-во СПб. гос. политехн. ун-та, 2012. — 440 с.

9. Маликов, Р. Ф. Основы разработки компьютерных моделей сложных систем : учеб. пособие / Р. Ф. Маликов. — Уфа : Изд-во Башкирского гос. пед. ун-та, 2012. — 256 с.

10. Девятков, В. В. Методология и технология имитационных исследований сложных систем: современное состояние и перспективы развития : вузовский учебник / В. В. Девятков. — Москва : ИНФРА, 2013. — 448 с.

11. Чикуров, Н. Г. Моделирование систем : учеб. пособие / Н. Г. Чикуров. — Москва : ИНФРА, 2013. — 398 с.

12. Ghallab Malik, Nau Dana, Traverso Paolo. Automated Planning and Acting. DOI:10.1017/CBO9781139583923. (2016). Publisher: Cambridge UIniversity Press.

13. Emmanuel Caillaud, Bertrand Rose, Virginie Goepp. Research methodology for systems engineering: some recommendations. (2016) 1567–1572. IFAC (International Federation of Automatic Control) Hosting by Elsevier Ltd.

14. Устенко, А. С. Основы математического моделирования и алгоритмизации процессов функционирования сложных систем / А. С. Устенко. — Москва : БИНОМ, 2000. — 235 с.

15 Ракович, А. Г. Основы автоматизации проектирования технологических приспособлений / А. Г. Ракович. — Минск : Наука и техника, 1985. — 285 с.

16. Смирнов, Э. М. Анализ системы «субъект — техническое средство — объект» / Э. М. Смирнов // Философские науки. — 1983. — № 1. — С. 24–30.

17. Единая система технологической документации. Термины и определения основных понятий : ГОСТ 3.1109–82. — Москва : Стандартинформ, 2012. — 98 с.

Сдана в редакцию 22.01.2019
Принята к публикации 12.04.2019

***Об авторе:***

**Колыбенко Евгений Николаевич,**
кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Донского государственного технического университета (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),
ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1851-3885
e.n.kolybenko@mail.ru

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
# INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT




УДК 519.87+004.421 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-268-280

## Моделирование и численный анализ влияния реакции диссоциации (рекомбинации) молекул воды на перенос ионов соли в диффузионном слое*

**Н. О. Чубырь[1], А. В. Коваленко[2], М. Х. Уртенов[3], А. И. Сухинов[4], В. А. Гудза[5**]**

[1] Кубанский государственный технологический университет, Краснодар, Российская Федерация
[2,3,5] Кубанский государственный университет, Краснодар, Российская Федерация
[4] Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## Modeling and numerical analysis of the effect of dissociation/recombination of water molecules on the transport of salt ions in diffusion layer***

**N. O. Chubyr[1], A. V. Kovalenko[2], M. Kh. Urtenov[3], A. I. Sukhinov[4], V. A. Gudza[5**]**

[1] Kuban State Technological University, Krasnodar, Russian Federation
[2,3,5] Kuban State University, Krasnodar, Russian Federation
[4] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Статья посвящена теоретическому изучению переноса ионов бинарной соли с учетом реакции диссоциации (рекомбинации) воды. Цели исследования: построение математической модели; разработка алгоритма численного решения краевой задачи, соответствующей математической модели; развитие теории подобия, включая переход к безразмерному виду с использованием характерных величин; определение физического смысла тривиальных критериев подобия; нахождение нетривиальных критериев подобия; построение и анализ вольтамперной характеристики (ВАХ).
*Материалы и методы.* При теоретическом исследовании и численном анализе переноса ионов бинарной соли учитывается реакция диссоциации (рекомбинации) воды. При этом используются уравнение теплопроводности и математическая модель электродиффузии одновременно четырех видов ионов (двух ионов соли, а также ионов $H^+$ и $OH^-$) в диффузионном слое электромембранных систем с идеально селективной мембраной.
Для дифференциальных уравнений первого порядка ставится сингулярно возмущенная краевая задача. В уравнении для напряженности электрического поля правая часть не зависит от напряженности. При численном решении дискретизированной системы уравнений методом Ньютона — Канторовича это обусловливает проблемы устойчивости метода. В связи с этим краевая задача приводится к виду, удобному для численного решения: обеспечивается переход к системе уравнений второго порядка, рассчиты-

*Introduction.* The paper presents a theoretical study on binary salt ion transport considering the water dissociation/recombination reaction. The work objectives are as follows: to build a mathematical model; to develop an algorithm for the numerical solution to the boundary value problem corresponding to the mathematical model; to work out the similarity theory including the transition to a dimensionless form using characteristic quantities; to determine a physical meaning of trivial similarity criteria; to find nontrivial similarity criteria; to build and analyze the volt-ampere characteristic (VAC).
*Materials and Methods.* The theoretical study and numerical analysis of the transport of binary salt ions consider the dissociation/recombination reaction of water. In this case, the heat transfer equation and the mathematical model of electrodiffusion of four types of ions simultaneously (two salt ions, as well as $H^+$ and $OH^-$ions) in the diffusion layer of electromembrane systems with a perfectly selective membrane are used. For the first-order differential equations, a singularly perturbed boundary-value problem is set. In the equation for the electric field, the right side is independent of the intensity. In the numerical solution to the digitized system of equations by the Newton-Kantorovich method, this causes the stability of the method. In this regard, the boundary-value problem is reduced for numerical solution: a transition to a system of the second-order equations is provided, and the missing boundary conditions for the electric field strength are calculated.



*Работа выполнена в рамках ПНИЭР № 14.577.21.0260 (федеральная целевая программа «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития научно-технологического комплекса России на 2014–2020 годы»), а также при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта 19-08-00252 А «Теоретическое и экспериментальное исследование вольтамперных характеристик электромембранных систем».
**E-mail: chubyr-natalja@mail.ru, savanna-05@mail.ru, urtenovmax@mail.ru, sukhinov@gmail.com, vitaliy.gudza@gmail.com
*** The research is done within the frame of the AR&D no. 14.577.21.0260 (federal target program “Research and development in priority areas for development of scientific and technological complex of Russia for 2014–2020”), as well as with the financial support of the RFFI in the framework of scientific project 19-08-00252 A “Theoretical and experimental study of the current-voltage characteristics of electromembrane systems”.

ваются недостающие краевые условия для напряженности электрического поля.
*Результаты исследования.* Разработаны новая математическая модель, алгоритм численного решения краевой задачи, программное обеспечение. Проведен численный анализ и определены фундаментальные закономерности переноса ионов соли с учетом реакции диссоциации (рекомбинации) молекул воды, температурных эффектов и Джоулева разогрева. Построена и проанализирована ВАХ.
*Обсуждение и заключение.* Рассмотрен перенос ионов бинарной соли через диффузионный слой у катионообменной мембраны. Предложена математическая модель названного процесса, которая учитывает температурные эффекты, обусловленные реакциями диссоциации (рекомбинации) молекул воды и Джоулевым нагревом в растворе. Установлены основные закономерности переноса ионов соли с учетом реакции диссоциации (рекомбинации) молекул воды и температурных эффектов. Температурные эффекты от реакции диссоциации (рекомбинации) и Джоулева разогрева в ОЭН практически незаметны (исключение — область рекомбинации, ОР). Джоулев нагрев в области пространственного заряда (ОПЗ) на два порядка больше охлаждающего эффекта реакции диссоциации воды. При рекомбинации в ОР выделяется примерно столько же тепла, сколько при Джоулевом нагреве в расширенной ОПЗ. Однако из-за малых размеров ОР влияние этого тепла незаметно. Значит, можно считать, что есть только один источник тепла на межфазной границе в ОПЗ, который благодаря своему заметному размеру обусловливает значительное повышение температуры во всем диффузионном слое. Отсюда следует, что возможно возникновение и развитие гравитационной конвекции. Общие выводы, следующие из полученных результатов, открывает возможность интенсификации процесса переноса ионов соли в электродиализных аппаратах.

*Research Results.* A new mathematical model, a numerical algorithm to solve a boundary value problem, and software are developed. A numerical analysis is carried out, and fundamental laws of the transport of salt ions are determined considering the dissociation/recombination reaction of water molecules, temperature effects, and Joule heating. The VAC is built and analyzed.
*Discussion and Conclusions.* The transport of binary salt ions through a diffusion layer near a cation exchange membrane is considered. A mathematical model of this process is proposed. It takes into account the temperature effects due to dissociation/recombination reactions of water molecules and Joule heating in a solution. The basic laws of the transport of salt ions are established considering the dissociation/recombination reaction of water molecules and temperature effects. The temperature effects of the dissociation/recombination reaction and the Joule heating in the electroneutrality region (ENR) are almost imperceptible (with the exception of the recombination region, RR). The Joule heating in the space-charge region (SCR) is by two orders of magnitude larger than the cooling effect of the water dissociation reaction. Upon recombination, approximately the same heat is released in the RR as during Joule heating in the expanded SCR. However, due to the small size of the RR, the effect of this heat is imperceptible. Therefore, we can assume that there is only one heat source at the interface in the SCR, which, due to its noticeable size, causes a significant increase in temperature in the entire diffusion layer. It follows that the emergence and development of gravitational convection is possible. General conclusions, following from the results obtained, open up the possibility of intensifying the process of transport of salt ions in the electrodialysis machines.

**Ключевые слова:** мембранные системы, ионообменная мембрана, пространственный заряд, расширенная область пространственного заряда, диссоциация (рекомбинация) молекул воды.

**Keywords:** membrane system, ion exchange membrane, space charge, extended space-charge region, dissociation-recombination reaction of water molecules.

***Образец для цитирования:*** Моделирование и численный анализ влияния реакции диссоциации (ре-комбинации) молекул воды на перенос ионов соли в диффузионном слое / Н. О. Чубырь [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 268−280. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-268-280

***For citation:*** N.O. Chubyr, et al. Modeling and numerical analysis of the effect of dissociation-recombination of water molecules on the transport of salt ions in diffusion layer. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 268−280. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-268-280

**Введение.** Интенсивный токовый режим предполагает использование токов, в несколько раз превышающих предельный электродиффузионный. В этом случае в мембранных системах возникают вторичные (или сопряженные) явления концентрационной поляризации:

— пространственный электрический заряд занимает макроскопическую область, сопоставимую с толщиной диффузионного слоя;

— меняется $pH$ раствора [1–3], что объясняется расщеплением воды;

— формируются микроконвективные течения и пр.

Учет влияния реакции диссоциации (рекомбинации) молекул воды важен для понимания процессов переноса в электромембранных системах, поскольку ряд авторов считает, что появление новых носителей заряда $H^+$ и $OH^-$ может обусловить уменьшение или даже исчезновение пространственного заряда, являющегося основой других механизмов переноса (например, электроконвекции). Реакция диссоциации молекул воды — эн-

дотермическая, а реакция рекомбинации — экзотермическая. Центры реакционных областей разделены в пространстве. Это вызывает неравномерное распределение температуры и, следовательно, влияет на все физические свойства воды: коэффициент диссоциации, теплоемкость и пр. Кроме того, неравномерное распределение температуры может вызвать гравитационную конвекцию. Таким образом, исследование температурных эффектов, связанных с реакциями диссоциации и рекомбинации молекул воды, является актуальной задачей [4]. В данной работе ограничимся учетом влияния неравномерного распределения температуры на коэффициент диссоциации молекул воды.

**Материалы и методы**

**1. Математическая модель**

**1.1. Система уравнений**

Рассмотрим одномерный стационарный процесс переноса для однозарядных ионов соли в диффузионном слое Нернста. Учтем при этом реакции диссоциации (рекомбинации) воды и температурные эффекты, связанные с Джоулевым разогревом раствора. Такой случай описывается системой уравнений [5]:

$$j_1 = \frac{-F}{RT_0} D_1 C_1 \frac{d\varphi}{dx} - D_1 \frac{dC_1}{dx}, \quad (1)$$

$$j_2 = \frac{F}{RT_0} D_2 C_2 \frac{d\varphi}{dx} - D_2 \frac{dC_2}{dx}, \quad (2)$$

$$j_3 = \frac{-F}{RT_0} D_3 C_3 \frac{d\varphi}{dx} - D_3 \frac{dC_3}{dx}, \quad (3)$$

$$j_4 = \frac{F}{RT_0} D_4 C_4 \frac{d\varphi}{dx} - D_4 \frac{dC_4}{dx}, \quad (4)$$

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = \frac{-F}{\varepsilon_r}(C_1 - C_2 + C_3 - C_4), \quad (5)$$

$$0 = \frac{-dj_i}{dx} + R_i \quad, i = 1,\ldots,4, \quad (6)$$

$$k\frac{d^2T}{dx^2} + E \cdot I + \beta\big(C_3C_4 - k_w(T)\big) = 0. \quad (7)$$

Здесь $R_1 = R_2 = 0, R_3 = R_4 = k_d C_{H_2O} - k_r C_3 C_4 = k_r(k_w - C_3C_4)$, $k_w(T) = \acute{k}_w e^{b(T-T_0)}$, $i = 1,2$ — индексы ионов соли; $i = 3$ и $i = 4$ — соответственно индексы ионов водорода $H^+$ и гидроксила $OH^-$; $E = \frac{-d\varphi}{dx}$ — напряженность электрического поля; $C_i, j_i, D_i$ — соответственно концентрация, поток, коэффициент диффузии $i$-го иона; $k_d(T)$ — константа скорости диссоциации воды; $k_r$ — константа скорости рекомбинации ионов водорода $H^+$ и гидроксила $OH^-$; $\acute{k}_w$— константа равновесия; $\varepsilon_r$ — диэлектрическая проницаемость раствора; $F$ — число Фарадея; $I$ — общая плотность тока; $k$ — коэффициент теплопроводности; $\rho_0$ — плотность раствора; $c_p$ — удельная теплоемкость раствора; $G = E \cdot I$ — плотность источников тепла, связанного с прохождением электрического тока через раствор (Джоулев разогрев раствора); $\beta = qk_r$, $Q = \beta\left(C_3C_4 - \frac{k_d c_{H_2O}}{k_r}\right) = qk_r\big(C_3C_4 - k_w(T)\big)$ — плотность источников и стоков тепла, связанного с реакциями рекомбинации и диссоциации молекул воды.

Общая плотность тока $I$ равна: $I = I_s + I_w$.

$$I_s = F \cdot (j_1 - j_2), I_w = F \cdot (j_3 - j_4). \quad (8)$$

Здесь $I_s$ — плотность парциального тока по ионам соли; $I_w$ — плотность парциального тока по ионам воды.

Из (6)–(8) следует: $j_1 = const$, $j_2 = const$, $I_s = F \cdot (j_1 - j_2) = const$, $I_w = const$, но $j_3 \neq const$, $j_4 \neq const$, $\alpha^2 = \frac{k}{\rho_0 c_p}$ — коэффициент температуропроводности раствора.

**1.2. Краевые условия**

Будем считать, что $x = 0$ соответствует глубине раствора, где выполняется условие электронейтральности $C_1 - C_2 + C_3 - C_4 = 0$, а $x = \delta$ соответствует условной межфазной границе «раствор — мембрана». Таким образом, $\delta^{(u)}$ — толщина диффузионного слоя Нернста.

В этой работе для определенности рассматривается катионообменная мембрана (КОМ), которая для простоты будет предполагаться идеально селективной ($j_2^{(u)} = 0$).

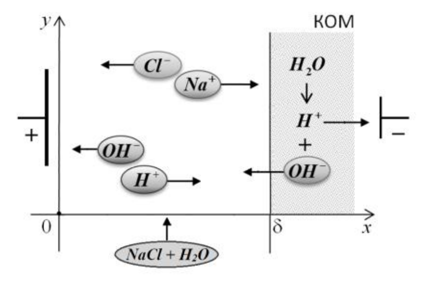



Рис. 1. Схема диффузионного слоя у катионообменной мембраны

**1) Краевые условия в глубине раствора ($x = 0$)**

Положим, $C_1(0) = C_{10}, C_2(0) = C_{20}, C_3(0) = C_{30}, C_4(0) = \frac{\acute{k}_w}{C_{30}}$, причем $C_{10} + C_{30} = C_{20}, T(\delta) = T_0$.

**2) Краевые условия на межфазной границе «раствор-мембрана» ($x = \delta$)**

Полагаем, $C_1(\delta) = C_{1m}$, $C_3(\delta) = C_{3m}$. При этом сумма $C_{1m} + C_{3m}$ сопоставима с табличным значением обменной емкости катионообменной мембраны. Плотность потока $j_4(\delta) = j_{4m}$ ионов $OH^-$ определяется каталитической реакцией диссоциации молекул воды в тонком поверхностном слое катионообменной мембраны. Для температуры используется условие баланса потоков в точке $x = \delta$ [1]:

$$-k\frac{dT(\delta)}{dx} = G(\delta)\delta + Q(\delta)\delta + q\frac{dj_4(\delta)}{dx}.$$

**2. Переход к безразмерному виду**

**2.1. Характерные величины и формулы перехода к безразмерному виду**

В качестве характерной концентрации $C_0$ возьмем концентрацию катионов соли $C_{10}$. Реальные значения $C_{10}$ находятся в диапазоне $10^{-5}M - 1M$. В качестве характерной температуры возьмем комнатную температуру $T_0 = 298K$. В качестве характерной длины рассмотрим толщину диффузионного слоя $\delta$, который имеет порядок $10^{-4}$м. Обозначим $D_0 = \frac{2D_1D_2}{D_1+D_2}$ — коэффициент диффузии электролита (*NaCl*), $\varphi_0 = \frac{RT_0}{F}$ — тепловой потенциал [5].

Перейдем к безразмерным величинам:

$$x^{(u)} = \frac{x}{\delta}, \varphi^{(u)} = \frac{\varphi}{\varphi_0}, E^{(u)} = \frac{-\delta}{\varphi_0}\frac{d\varphi}{dx}, I^{(u)} = \frac{I}{I_{np}}, D_i^{(u)} = \frac{D_i}{D_0}, I_s^{(u)} = \frac{I_s}{I_{np}}, I_w^{(u)} = \frac{I_w}{I_{np}}, C_i^{(u)} = \frac{C_i}{C_{10}}, j_i^{(u)} = \frac{j_i\delta}{D_iC_{10}} = \frac{j_iF}{D_i^{(u)}I_{np}}, i = 1,2,3,4, T^{(u)} = \frac{T}{T_0}, I_{np} = \frac{D_0C_{10}F}{\delta}.$$

Тогда $k_W^{(u)}(T) = \frac{k_W(T)}{(C_{10})^2} = \gamma^{(u)}e^{b^{(u)}(T^{(u)}-1)}$, где $\gamma^{(u)} = \frac{\acute{k}_w}{(C_{10})^2}, b^{(u)} = bT_0$.

Положим, $\varepsilon^{(u)} = \frac{RT_0\varepsilon_r}{C_{10}F^2\delta^2}, a^{(u)} = \frac{RT_0\varepsilon_r}{F^2}\frac{k_r}{D_0}$.

**2.2. Переход к безразмерному виду в уравнениях**

Ориентируясь на [6], перейдем к безразмерному виду в системе уравнений (1)–(6):

$$\frac{dC_{1\ 1}^{(u)}}{dx} = C_1^{(u)}E^{(u)} - j_1^{(u)}, \quad (9)$$

$$\frac{dC_2^{(u)}}{dx} = -C_2^{(u)}E^{(u)} - j_2^u, \quad (10)$$

$$\frac{dC_3^{(u)}}{dx} = C_3^{(u)}E^{(u)} - j_3^{(u)}, \quad (11)$$

$$\varepsilon^{(u)}D_3^{(u)}\frac{d}{dx}j_3^{(u)} = a^{(u)}\left(\acute{k}_w^{(u)}e^{b^{(u)}(T^{(u)}-1)} - C_3^{(u)}C_4^{(u)}\right), \quad (12)$$

$$\frac{dC_4^{(u)}}{dx} = -C_4^{(u)}E^{(u)} - j_4^{(u)}, \quad (13)$$

$$\varepsilon^{(u)}D_4^{(u)}\frac{d}{dx}j_4^{(u)} = a^{(u)}\left(\acute{k}_w^{(u)}e^{b^{(u)}(T^{(u)}-1)} - C_3^{(u)}C_4^{(u)}\right), \quad (14)$$

$$\varepsilon^{(u)}\frac{dE^{(u)}}{dx} = C_1^{(u)} - C_2^{(u)} + C_3^{(u)} - C_4^{(u)}. \quad (15)$$

Запишем общую плотность тока в виде $I_s^{(u)} + I_w^{(u)} = I^{(u)}$.

Здесь

$$I_s^{(u)} = D_1^{(u)}j_1^{(u)} - D_2^{(u)}j_2^{(u)}, I_w^{(u)} = D_3^{(u)}j_3^{(u)} - D_4^{(u)}j_4^{(u)},$$

причем для идеально селективной мембраны $j_2^{(u)} = 0$ и, следовательно,

$$I_s^{(u)} = D_1^{(u)}j_1^{(u)}.$$

При переходе к безразмерному виду уравнение теплопроводности (7) приобретает вид:

$$k^{(u)}\frac{d^2T^{(u)}}{\left(dx^{(u)}\right)^2} + E^{(u)} \cdot I^{(u)} + \beta^{(u)}\left(C_3^{(u)}C_4^{(u)} - \gamma^{(u)}e^{b^{(u)}(T^{(u)}-1)}\right) = 0. \quad (16)$$

Здесь $k^{(u)} = \frac{k}{D_0C_{10}R}$ и $\beta^{(u)} = \frac{qK_r\delta^2C_{10}}{D_0RT_0}$.

**2.3. Физический смысл и оценка величин тривиальных критериев подобия**

Параметры $\varepsilon^{(u)}, D_3^{(u)}, D_4^{(u)}, a^{(u)}, k^{(u)}, \acute{k}_w^{(u)}, \beta^{(u)}, b^{(u)}$ являются тривиальными критериями подобия. Определим их физический смысл и значения при характерных значениях входных параметров задачи.

1. $b^{(u)} \approx 15$.

2. Параметр $\gamma^{(u)}$ представляет собой квадрат отношения концентрации ионов $H^+$ или $OH^-$ в нейтральном растворе ($pH = 7$) к концентрации электролита. Его значения меняются в пределах от $10^{-10}$ до $10^{-18}$, и он

может считаться малым параметром.

3. $\varepsilon^{(u)} = \frac{RT_0\varepsilon_r}{C_{10}F^2\delta^2} = 2\left(\frac{l_d}{\delta}\right)^2$, где $l_d = \sqrt{\frac{RT\varepsilon_0}{2C_{10}F^2}}$ — дебаевская длина. Таким образом, параметр $\varepsilon^{(u)}$ является удвоенным квадратом отношения дебаевской длины $l_d$ к ширине диффузионного слоя δ. Значения $\varepsilon^{(u)}$ меняются в пределах от $10^{-11}$ до $10^{-7}$, и этот параметр можно считать малым.

4. $a^{(u)} = \frac{RT_0\varepsilon_r}{F^2}\frac{k_r}{D_0} = \frac{RT_0\varepsilon_r}{2C_{10}F^2}\frac{2k_rC_{10}}{D_0} = \left(\frac{l_d}{l_r}\right)^2$. Здесь $l_r = \sqrt{\frac{D_0}{2k_rC_{10}}}$. Данная величина пропорциональная ширине области рекомбинации (ОР). Таким образом, параметр $a^{(u)}$ — это квадрат отношения дебаевской длины к ширине ОР $l_r$ . Параметр $a^{(u)} = 14$ и в рамках данной задачи является универсальной постоянной, поскольку не зависит от входящих параметров задачи. Таким образом: $\frac{l_d}{l_r} = \sqrt{a^{(u)}} \approx 3{,}74$, т. е. ширина ОР составляет примерно 37 % от ширины квазиравновесной области пространственного заряда (ОПЗ, дебаевская длина).

**2.4. Нетривиальные критерии подобия, физический смысл и оценка величин**

В уравнении (16) безразмерные коэффициенты $k^{(u)}$ и $\beta^{(u)}$ являются тривиальными критериями подобия. Любое соотношение между тривиальными критериями называется нетривиальным критерием подобия. Ниже выразим $k^{(u)}$ и $\beta^{(u)}$ через другие известные критерии подобия.

1) Рассмотрим $k^{(u)} = \frac{k}{D_0C_{10}R} = \frac{\alpha^2\rho_0c_p}{D_0C_{10}R} = \frac{\alpha^2}{D_0}\cdot\frac{\rho_0c_p}{C_{10}R} =\cdot\frac{\rho_0c_p}{C_{10}R}$. Здесь $\frac{\alpha^2}{D_0}$ — число Льюиса — Семенова. Введем в рассмотрение безразмерное число $\mu = \frac{C_{10}R}{\rho_0c_p}$. Тогда $k^{(u)} =\cdot\frac{1}{\mu}$.

Число μ обозначает относительную удельную объемную теплоемкость, изменяется в пределах от $10^{-8}$ до $10^{-4}$, и его можно рассматривать как малый параметр.

2) Рассмотрим параметр $\beta^{(u)} = \frac{qk_r\delta^2C_{10}}{D_0RT_0} = \frac{q\delta^2}{2RT_0}\frac{2k_rC_{10}}{D_0} = \frac{q}{2RT_0}\frac{\delta^2}{\frac{D_0}{2k_rC_{10}}} = Arn\frac{\delta^2}{2l_r^2}$. Здесь $Arn = \frac{q}{RT_0} = 22{,}8$ — безразмерная величина, являющаяся тепловым аналогом критерия Аррениуса. Она характеризует чувствительность количества тепла протекания химической реакции к изменению температуры. Так как $\frac{1}{2}\left(\frac{\delta}{l_r}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{l_d}{l_r}\right)^2\left(\frac{\delta}{l_d}\right)^2 = \frac{a}{\varepsilon}$, и $\varepsilon = 2\left(\frac{l_d}{\delta}\right)^2$, $a = 2\left(\frac{l_d}{l_r}\right)^2$, то $\beta^{(u)} = Arn\cdot\frac{a}{\varepsilon}$.

Таким образом, уравнение теплопроводности (16) имеет следующий безразмерный вид:

$$\varepsilon Le\frac{d^2T^{(u)}}{}.$$

3) Вычисления показывают, что

$$\gamma\mu = \frac{\acute{k}_w}{C_{10}}\frac{R}{\rho_0c_p} = \frac{\acute{k}_w\varepsilon F^2\delta^2}{RT_0\varepsilon_r}\frac{R}{\rho_0c_p} = \frac{\acute{k}_wF^2\delta^2}{\rho_0c_pT_0\varepsilon_r}\varepsilon.$$

Поскольку $\varepsilon^{(u)} = 2\left(\frac{l_d}{\delta}\right)^2$, то $N_a = \sqrt{\frac{\acute{k}_wF^2\delta^2}{\rho_0c_pT_0\varepsilon_r}} \approx 2{,}5\cdot10^{-3}$. Следовательно, получаем нетривиальный критерий подобия, который показывает соотношение

$$\gamma\mu = n_a^2\varepsilon.$$

Аналогично

$$\varepsilon\mu = n_{a,1}.$$

Здесь

$n_{a,1} = \frac{R^2T_0\varepsilon_r}{\rho_0c_pF^2\delta^2} \approx 3{,}5\cdot10^{-14}$, (17)

$\gamma = N_{a,2}\varepsilon^2$, (18)

$$N_{a,2} = \frac{F^4\delta^4\acute{k}_w}{R^2T_0^2\varepsilon_r^2}.$$

Заметим, что $n_a^2 = n_{a,1}N_{a,2}$.

**2.5. Безразмерный вид системы уравнений**

Таким образом, безразмерная система уравнений, описывающая модель, имеет вид (индекс *u* опущен для простоты записи):

$$\frac{dC_1}{dx} = C_1E - j_1, \frac{dC_2}{dx} = -C_2E - j_2, \frac{dC_3}{dx} = C_3E - j_3,$$

$$\varepsilon D_3\frac{d}{dx}j_3 = a\left(\gamma e^{b(T-1)} - C_3C_4\right), \frac{dC_4}{dx} = -C_4E - j_4,$$

$$\varepsilon D_4\frac{d}{dx}j_4 = a\left(\gamma e^{b(T-1)} - C_3C_4\right), \varepsilon\frac{dE}{dx} = C_1 - C_2 + C_3 - C_4.$$

$$\varepsilon Le\frac{d^2T}{dx^2} + \varepsilon\mu EI + \mu aArn\left(C_3C_4 - \gamma e^{b(T-1)}\right) = 0.$$

Система уравнений содержит три малых параметра ε, μ и γ, связанных соотношениями (17) и (18). Параметр ε входит в уравнения сингулярно, т. е. как коэффициент при производных, а параметр γ — регулярно, поэтому система уравнений является одновременно сингулярно и регулярно возмущенной.

**2.6. Переход к безразмерному виду в краевых условиях**

Безразмерные краевые условия имеют вид:

$$C_1|_{x=0} = 1, C_2|_{x=0} = 1 + C_{30}, C_3|_{x=0} = C_{30}, C_4|_{x=0} = C_{40} = \frac{\gamma}{C_{30}}, T(0) = 1,$$

$$C_1|_{x=1} = C_{1m}, C_3|_{x=1} = C_{3m}, j_4|_{x=1} = j_{4m},$$

$$-\acute{k}\frac{d}{dx}T(1) = \mu D_4 b_q \frac{d}{dx} j_4(1).$$

**Замечание 1.** В силу непрерывности справедливо:

$$I_W = D_3 j_{3m} - D_4 j_{4m} = D_3 j_{30} - D_4 j_{40}.$$

**3. Алгоритм численного решения**

**3.1. Переход к краевой задаче для системы уравнений второго порядка**

Из-за наличия малого параметра ε в уравнениях (12), (14) и (15) краевая задача (9)–(16) относится к сингулярно возмущенным, поэтому для численного решения система неудобна [7]. Кроме того, дифференциальные уравнения имеют первый порядок, а для них ставится краевая задача. В уравнении (15) для напряженности электрического поля правая часть не зависит от $E$. Этим обусловлены проблемы с устойчивостью при численном решении дискретизированной системы уравнений методом Ньютона — Канторовича [8]. Поэтому краевую задачу (9)–(16) следует привести к удобному для численного решения виду. Для этого перейдем к системе уравнений второго порядка:

$$\frac{d^2C_1}{dx^2} = \frac{d}{dx}(C_1E), \frac{d^2C_2}{dx^2} = \frac{-d}{dx}(C_2E), \frac{d^2C_3}{dx^2} = \frac{d}{dx}(C_3E) - \frac{a\left(\gamma e^{b(T-1)} - C_3C_4\right)}{\varepsilon D_3},$$

$$\frac{d^2C_4}{dx^2} = \frac{-d}{dx}(C_4E) - \frac{a\left(\gamma e^{b(T-1)} - C_3C_4\right)}{\varepsilon D_4}, \varepsilon\frac{d^2E}{dx^2} = E(C_1 + C_2) - j_1 + j_2 + \frac{dC_3}{dx} - \frac{dC_4}{dx},$$

$$\varepsilon Le\frac{d^2T}{dx^2} + \varepsilon\mu EI + \cdot\ \mu aArn\left(C_3C_4 - \gamma e^{b(T-1)}\right) = 0. \qquad (19)$$

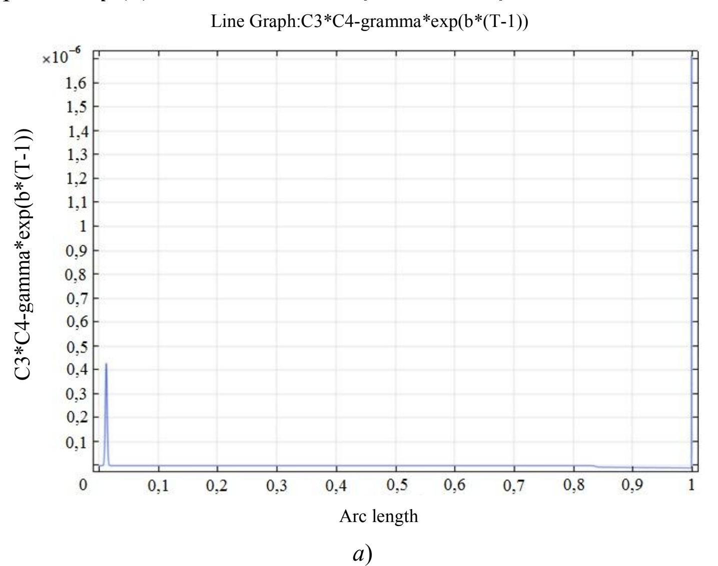
В связи с переходом к системам уравнения второго порядка необходимо дополнить исходные краевые условия недостающими краевыми условиями для функции $E$. Из краевых условий следует, что в точке $x = 0$ выполняется условие электронейтральности $C_{10} - C_{20} + C_{30} - C_{40} = 0$. В силу непрерывности с некоторой точностью в окрестности точки $x = 0$ выполняется $C_1 - C_2 + C_3 - C_4 \approx 0$, поэтому $E_0$ может быть вычислено из условия электронейтральности. Складывая уравнения для $C_i$, $i = 1, \ldots, 4$ и используя условие электронейтральности $C_{10} - C_{20} + C_{30} - C_{40} = 0$, можно получить соотношение $E|_{x=0} = \frac{I_S}{1+C_{20}} + \frac{d}{dx}\left(C_1(0) - C_2(0)\right)$.

Из уравнения для $E$ при $x = 1$ имеем: $\varepsilon\frac{dE}{dx}\Big|_{x=1} = (C_1 - C_2 + C_3 - C_4)|_{x=1}$.

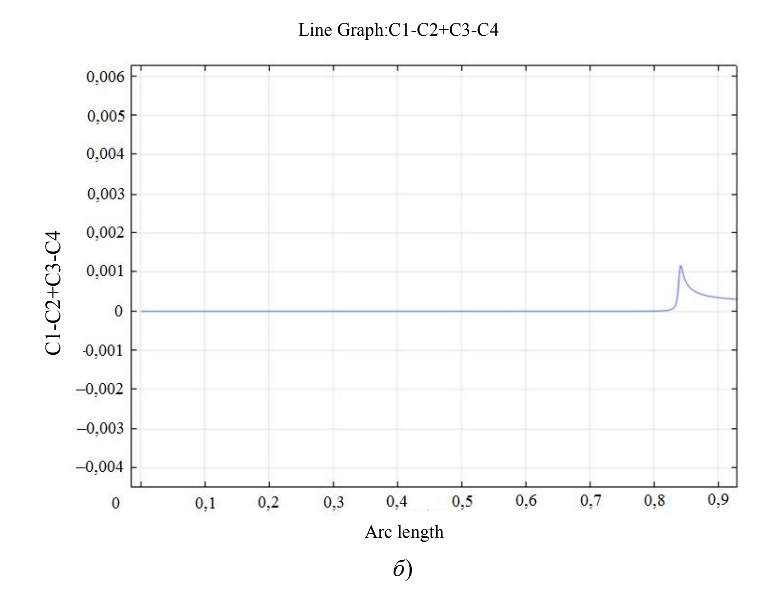
**Результаты исследования**

**3.2. Результаты численного решения**

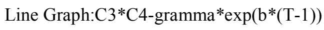
Для анализа результатов численного решения наряду с графиками искомых функций $C_i, E, j_3, j_4, T$ рассмотрим графики функций $\rho(x) = C_1 - C_2 + C_3 - C_4$, $p(x) = C_3C_4 - \gamma e^{b(T-1)}$. Функция $\rho(x)$ характеризует распределение плотности зарядов, а $p(x)$ — отклонение от равновесия реакции диссоциации (рекомбинации).

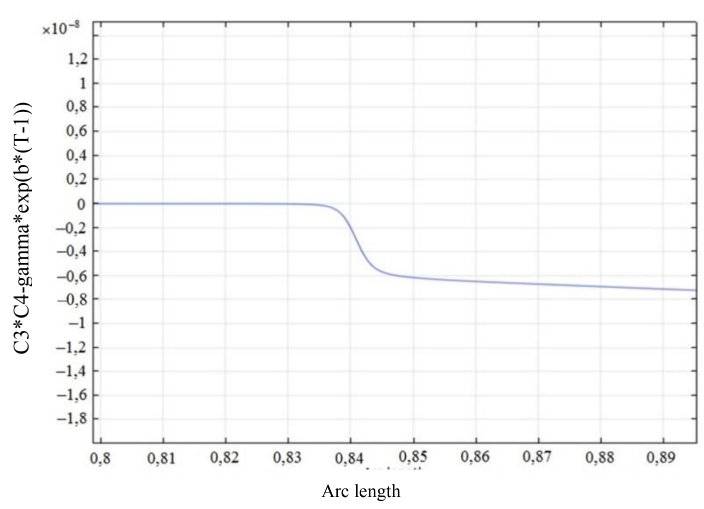



*а*)

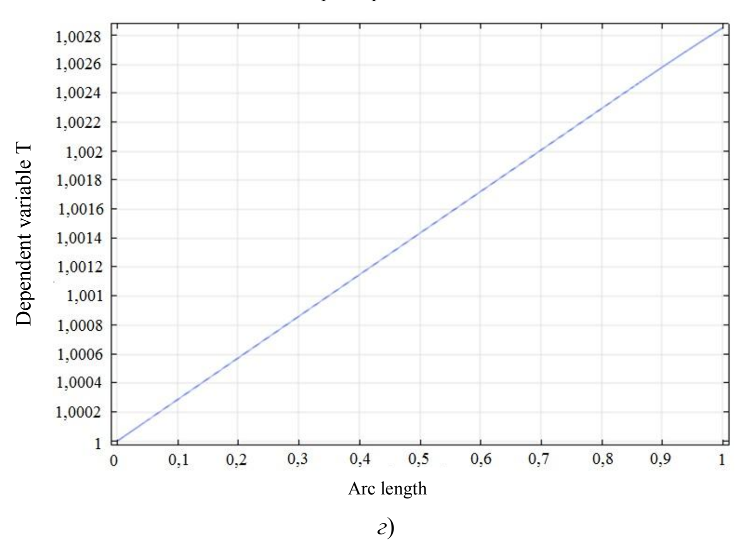



*б*)




*в*)




*г*)

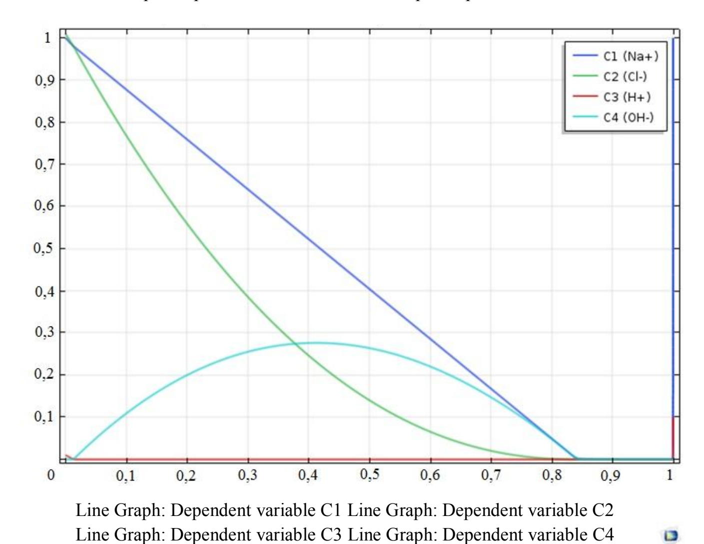
Рис. 2. График функции $\rho(x) = C_1 - C_2 + C_3 - C_4$ ([0; 0,93]) (*а*); график функции $p(x) = C_3C_4 - \gamma e^{b(T-1)}$(*б*); график функции $p(x) = C_3C_4 - \gamma e^{b(T-1)}$ в ОПЗ (*в*); график температуры (*г*)

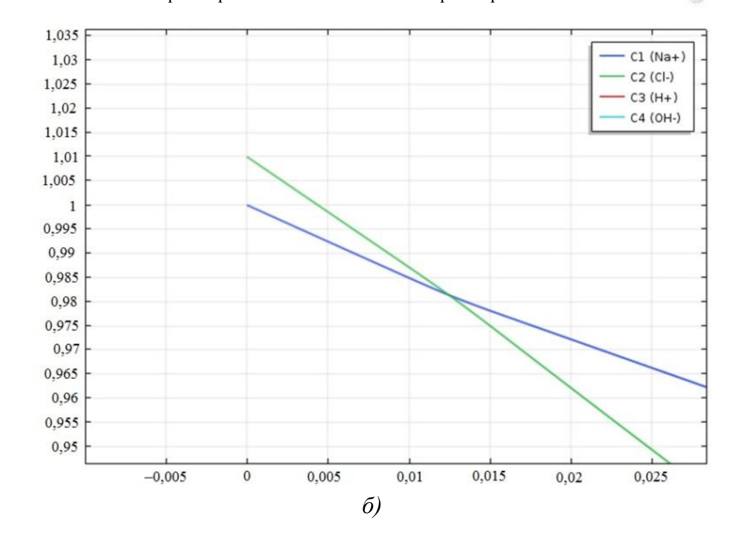
Из рис. 2 *а* следует, что диффузионный слой делится на три области. Первая — область электронейтральности (ОЭН), где $\rho(x) = 0$. Вторая — область пространственного заряда ($\rho(x) > 0$). Третья — промежу-

точный слой между ними, где плотность распределения зарядов имеет ярко выраженный локальный максимум. Сама ОПЗ делится на две части: расширенную и квазиравновесную (она очень мала и примыкает к межфазной границе). В квазиравновесной части ОПЗ распределение плотности зарядов подчиняется экспоненциальному закону (на рис. 2 не приведено).

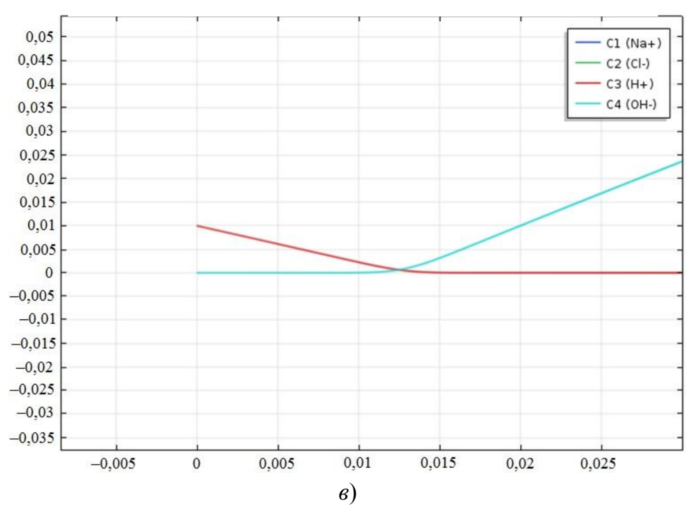
Общий вид графика функции $p(x)$ (рис. 2 *б*) показывает, что отклонение от равновесия происходит:
— в области рекомбинации, которая находится внутри ОЭН;
— в области пространственного заряда (рис. 2 *в*).

В первом случае $p(x) > 0$, то есть рекомбинация преобладает над диссоциацией $C_3C_4 \gg \gamma e^{b(T-1)}$. Во втором случае, наоборот, $p(x) < 0$, и диссоциация преобладает над рекомбинацией в ОПЗ, а также в промежуточном слое. Температура (рис. 2 *г*) увеличивается линейно на 0,0028 в безразмерном виде (или $0{,}0028 \cdot 298 = 0{,}83$ градуса). Увеличение зависит от общей плотности тока или скачка потенциала в диффузионном слое и может составить до десятков градусов. Очевидно, что все члены уравнения (19) по сравнению с первым малы, то есть вторая производная $\frac{d^2T}{dx^2} \approx 0$. Из этого следует, что температура является линейной и определяется краевыми условиями.

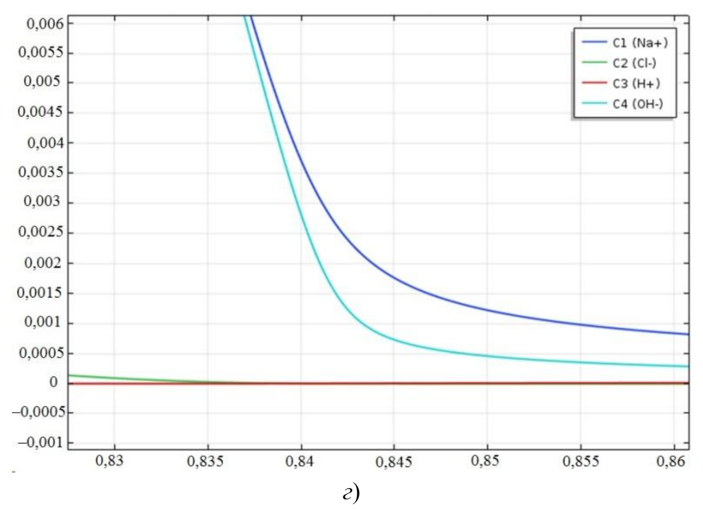



*б)*



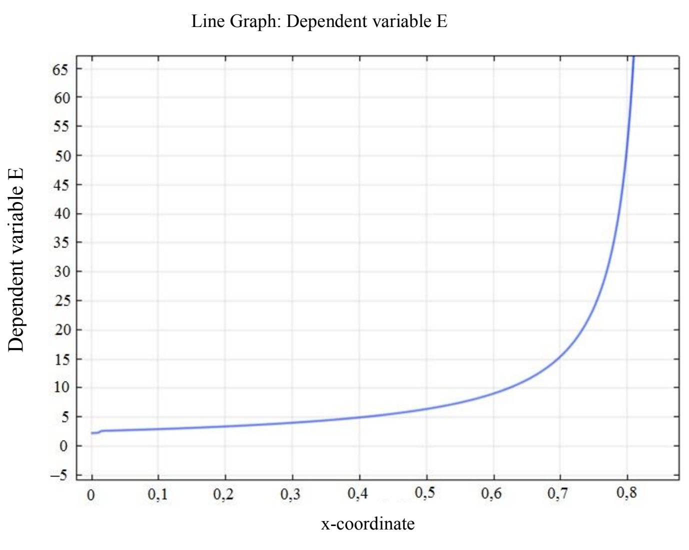

*в*)



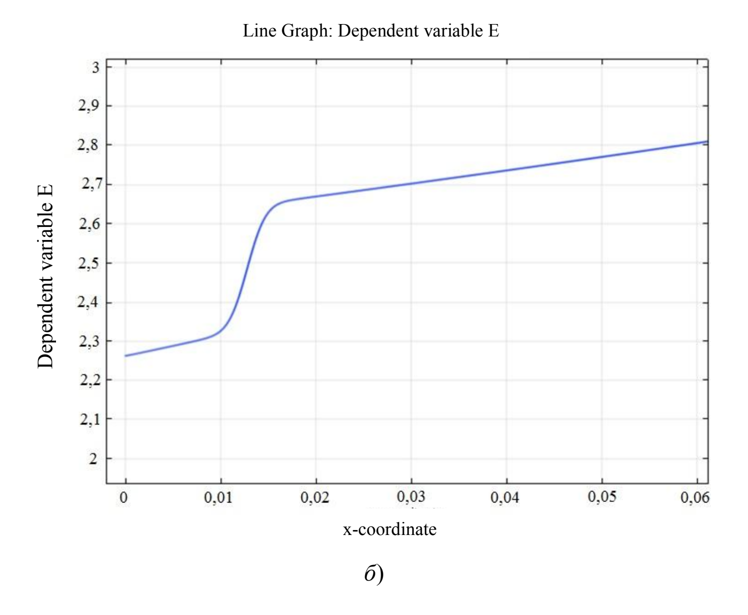

*г*)

Рис. 3. Общий вид графиков функций $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$ (*а*); графики функций $C_1$ $C_2$ в окрестности нуля (*б*); графики функций $C_3$, $C_4$ в окрестности нуля (*в*); график функций $C_1$, $C_2$, $C_3$, $C_4$ в области пространственного заряда (*г*)

Как следует из рис. 3 *а*, концентрация натрия линейно падает в ОЭН и становится малой в ОПЗ, но она выше, чем концентрация остальных ионов (рис. 3 *г*). Центром ОР является точка пересечения графиков концентрации $Na^+$ и $Cl^-$ и соответственно $OH^-$ и $H^+$. Правее центра концентрация $Cl^-$ убывает быстрее, чем концентрация $Na^+$. Возникающий из-за этого дефицит отрицательно заряженных ионов компенсируется быстрым ростом ионов гидроксила, и сохраняется условие электронейтральности (рис. 3 *а*).

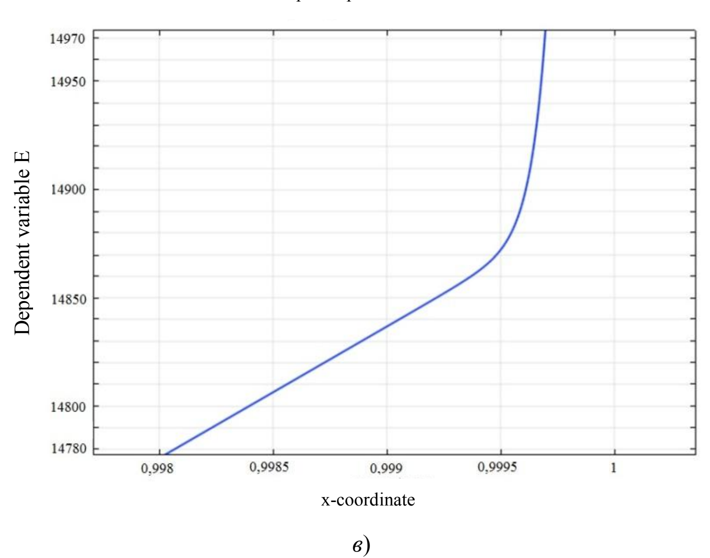



*а)*

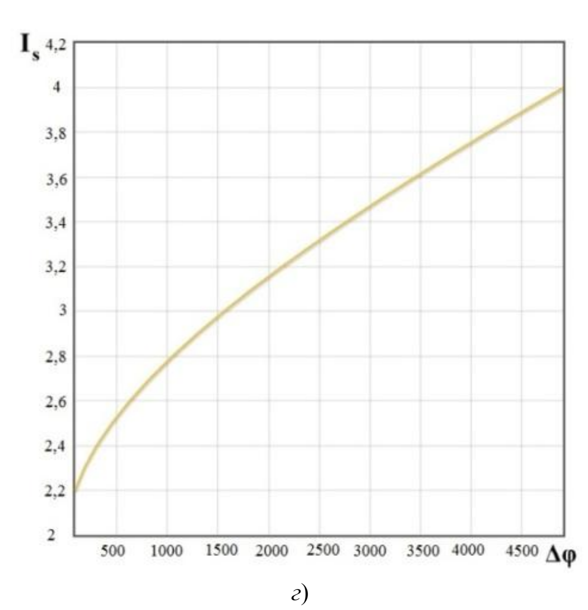





*б*)



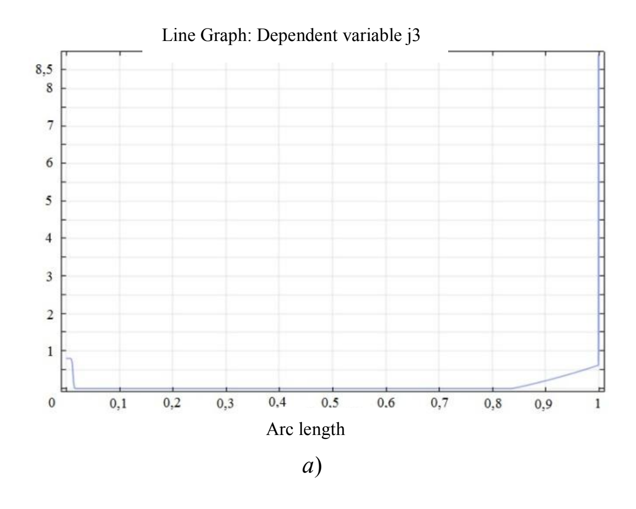

*в*)



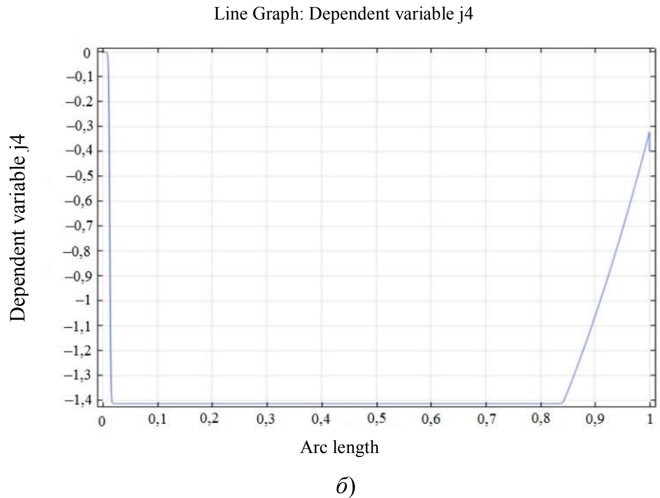

*г*)

Рис. 4. Общий вид графика функции $E$ за исключением межфазной границы (*а*); график функции $E$ вблизи ОР (*б*); график функции $E$ вблизи межфазной границы (*в*), вольтамперная характеристика (*г*)

Из данных рис. 4 следует, что в ОЭН напряженность электрического поля быстро увеличивается в десятки раз (рис. 4 *а*). Особенно высокая скорость роста напряженности электрического поля отмечается в ОПЗ при достижении величин порядка $\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$. В ОР имеется внутренний погранслой по напряженности электрического поля $E$ (рис. 4 *б*). Это связано с тем, что меняются носители заряда: до ОР заряд определяется ионами $Na^+$, $Cl^-$, $H^+$, а после — ионами $Na^+$, $Cl^-$, $OH^-$. Появление «ступеньки» связано с тем, что коэффициент диффузии у водорода примерно в два раза больше коэффициента диффузии гидроксила. ВАХ неограниченно растет с увеличением скачка потенциала в запредельном режиме $I_s > 2$ (рис. 4 *г*). Этот рост происходит значительно медленнее, чем экспериментально наблюдаемый — значит, наряду с реакцией диссоциации (рекомбинации) воды существует и другой механизм сверхпредельного переноса. Общепринято, что таким механизмом является электроконвекция [9–11]. В связи с этим возникает проблема оценки и взаимодействия реакции диссоциации (рекомбинации) и электроконвекции.




*а*)




*б*)

Рис. 5. Графики потоков ионов водорода $j_3$ (*а*) и гидроксила $j_4$ (*б*)

Из данных рис. 5 видно, что поток ионов водорода положительный. Он постоянен слева от ОР и практически равен нулю справа от ОР вплоть до ОПЗ. В ОПЗ поток ионов водорода линейно увеличивается в связи с интенсивной диссоциацией воды. Поток ионов гидроксила левее ОР практически равен нулю, а правее — отрицателен и постоянен до ОПЗ. В ОПЗ поток ионов гидроксила так же, как поток ионов водорода, линейно растет. В квазиравновесной ОПЗ поток ионов гидроксила резко меняется и удовлетворяет граничному условию $j_4(1) = j_4(m)$. Область рекомбинации является внутренним погранслоем для потоков водорода и гидроксила — здесь они резко меняются.

**Обсуждение и заключения.** В данной работе рассмотрен перенос ионов бинарной соли через диффузионный слой у катионообменной мембраны. Предложена математическая модель названного процесса, которая учитывает температурные эффекты, обусловленные реакциями диссоциации (рекомбинации) молекул воды и Джоулевым нагревом в растворе. Эта модель состоит из 9 обыкновенных дифференциальных уравнений с соответствующими краевыми условиями. Разработан алгоритм численного решения краевой задачи, приведено ее численное исследование. Установлены основные закономерности переноса ионов соли с учетом реакции

диссоциации (рекомбинации) молекул воды и температурных эффектов.

Показано, что ВАХ неограниченно растет с увеличением скачка потенциала в запредельном режиме, причем значительно медленнее, чем в экспериментах. Следовательно, наряду с реакцией диссоциации (рекомбинации) воды существуют и другие механизмы сверхпредельного переноса (например, электроконвекция и гравитационная конвекция). Поэтому возникает проблема оценки взаимодействия реакций диссоциации (рекомбинации), электроконвекции и гравитационной конвекции.

Температурные эффекты от реакции диссоциации (рекомбинации) и Джоулева разогрева в ОЭН практически незаметны (исключение — ОР). Джоулев нагрев в ОПЗ на два порядка больше охлаждающего эффекта реакции диссоциации воды. При рекомбинации в ОР выделяется примерно столько же тепла, сколько при Джоулевом нагреве в расширенной ОПЗ. Однако из-за малых размеров ОР влияние этого тепла незаметно. Значит, можно считать, что есть только один источник тепла на межфазной границе в ОПЗ, который благодаря своему заметному размеру обусловливает значительное повышение температуры во всем диффузионном слое. Отсюда следует, что возможно возникновение и развитие гравитационной конвекции.

В работе рассматривается раствор хлористого натрия, однако проведенное исследование справедливо для раствора любой бинарной соли.

Общие выводы, следующие из полученных результатов, открывает возможность интенсификации процесса переноса ионов соли в электродиализных аппаратах.

**Библиографический список**

1. Simons, R. Strong electric field effects on proton transfer between membrane-bound amines and water / R. Simons // Nature, Land. — 1979. —Vol. 280. — P. 824–826.

2. Справочник химика 21. Химия и химическая технология [Электронный ресурс] / chem21.info. — Режим доступа: https://chem21.info/info/14102/ (дата обращения : 19.08.19).

3. Chubyr, N. O. About one particular solution of QECS tasks / N. O. Chubyr // Ion transport in organic and inorganic membranes. — Туапсе : Изд-во Кубан. гос. ун-та, 2009. — С. 38–40.

4. Влияние реакции диссоциации/рекомбинации молекул воды на перенос 1:1 электролита в мембранных системах в диффузионном слое. Часть 1. Математическая модель [Электронный ресурс] / А. В. Коваленко [и др.] // Политематический сетевой электрон. науч. журнал Кубан. гос. аграр. ун-та. — 2016. — № 7 (121). — Режим доступа : http://ej.kubagro.ru/2016/07/pdf/122.pdf. (дата обращения : 19.08.19). — IDA [article ID]: 1211607122. http://dx.doi.org/10.21515/1990–4665–121–122.

5. Математическое моделирование влияния основных температурных эффектов на стационарный перенос ионов соли в диффузионном слое / А. В. Коваленко [и др.] // Экологический вестник науч. центров Черноморского экономич. сотрудничества. — 2018. — № 3. — С. 78–86.

6. Влияние температурных эффектов, связанных с реакцией диссоциации/рекомбинации молекул воды и Джоулевым нагревом раствора на стационарный перенос ионов соли в диффузионном слое / А. В. Коваленко [и др.] // Экологический вестник науч. центров Черноморского экономич. сотрудничества. — 2018. — № 4. — С. 67–84.

7. Коул, Дж. Д. Методы возмущений в прикладной математике / Дж. Д. Коул // Москва : Мир, 1972. — С. 274.

8. Краевая задача для плотности тока в области пространственного заряда / М. Х. Уртенов [и др.] // Экологический вестник научных центров Черноморского экономического сотрудничества. — 2010. — № 1. — С. 70–73.

9. Численное и асимптотическое решения неодномерной системы уравнений Нернста — Планка — Пуассона / А. В. Лаврентьев [и др.] // Известия высших учебных заведений. Сев.-Кав. регион. Естественные науки. — 2010. — № 5 (159). — С. 17–22.

10. Математическое моделирование переноса ионов соли и диссоциации воды у границы ионообменная мембрана/раствор в интенсивных токовых режимах / М. Х. Уртенов [и др.] // Мембраны и мембранные технологии. — 2018. — Т. 8, № 1. — С. 24–33.

11. Заболоцкий, В. И. Перенос ионов в мембранах / В. И. Заболоцкий, В. В. Никоненко. — Москва : Наука, 1996. — 392 с.

Сдана в редакцию 22.01.2019
Принята к публикации 12.04.2019

*Об авторах:*

**Чубырь Наталья Олеговна,**
доцент кафедры «Прикладная математика» Кубанского государственного технологического университета (РФ, 350072, г. Краснодар, ул. Московская, 2), кандидат физико-математических наук,
ORCID: https://orcid.org/0000–0003–3535–0361
chubyr-natalja@mail.ru

**Коваленко Анна Владимировна,**
доцент кафедры «Прикладная математика» Кубанского государственного университета (РФ, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149), кандидат экономических наук, доцент,
ORCID: https://orcid.org/0000–0002–3991–3953
savanna-05@mail.ru

**Уртенов Махамет Хусеевич,**
заведующий кафедрой «Прикладная математика» Кубанского государственного университета (РФ, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149), доктор физико-математических наук, профессор,
ORCID: https://orcid.org/0000–0002–0252–6247
urtenovmax@mail.ru

**Сухинов Александр Иванович,**
заведующий кафедрой, директор научно-исследовательского института Математического моделирования и прогнозирования сложных систем Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина 1), доктор физико-математических, профессор,
ORCID: https://orcid.org/0000–0002–5825–1523
sukhinov@gmail.com

**Гудза Виталий Александрович,**
аспирант кафедры «Прикладная математика» Кубанского государственного университета (РФ, 350040, г. Краснодар, ул. Ставропольская, 149),
ORCID: https://orcid.org/0000–0003–3199–3589
vitaliy.gudza@gmail.com

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
# INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT




УДК 004.94: 621.01 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-281-289

## Проблема математического конечноэлементного моделирования неоднородных деформируемых твердых тел с применением сканирования[*]

**В. Л. Зыонг**[1**]
[1] Иркутский национальный исследовательский технический университет, г. Иркутск, Российская Федерация

## The problem of mathematical finite element modeling of inhomogeneous deformable solids using scanning[***]

**V. L. Duong**[1**]
[1] Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation

*Введение.* При математическом конечноэлементном моделировании используется усредненное значение механических характеристик материала деформируемых твердых тел. В авиа-, машиностроении, строительстве, медицине и других областях все шире применяются полимерные композитные материалы и материалы природного происхождения. В последнем случае реальное изменение механических характеристик значительно отличается от усредненного, следовательно, при использовании усредненных параметров для построения и анализа конечноэлементных моделей результаты могут существенно искажаться.
В данной статье описано создание математических методов исследования изменения механических характеристик материала неоднородных деформируемых твердых тел. Полученные таким образом результаты применены для построения конечноэлементных моделей и анализа их напряженно-деформированного состояния.
*Материалы и методы.* В качестве неоднородных деформируемых твердых тел рассмотрены материалы природного происхождения и композиты. Для исследования изменения механических характеристик материала разработан способ, основанный на использовании двух составляющих: пиксельной характеристики растровых изображений сканирования компьютерным томографом и экспериментальных данных натурных испытаний стандартных образцов.
*Результаты исследования.* Создан комплекс математических методов моделирования интерпретации растровых изображений сканирования компьютерным томографом, позволяющий проводить исследование любых сложных структур реальных деформируемых твердых тел. Результаты используются при построении конечноэлементных моделей таких тел с учетом неоднородности механических характеристик материала.
Анализ напряженно-деформированного состояния конечноэлементных моделей тестовых образцов доказал точность и сходимость численного решения метода конечных элементов при моделировании свойства неоднородности

*Introduction.* In the mathematical finite element modeling, an average value of the mechanical characteristics of the deformable solid material is used. In aircraft, machine building, construction engineering, medicine and other fields, polymer composite materials and materials of natural origin are increasingly used. In the latter case, the actual change in the mechanical characteristics differs significantly from the averaged change; therefore, when using the averaged parameters to build and analyze finite element models, the results can be significantly distorted. This paper describes the creation of mathematical methods for studying changes in the mechanical characteristics of a material of inhomogeneous deformable solids. The results obtained in this way are used to construct finite element models and analyze their stress-strain state.
*Materials and Methods.* Naturally occurring materials and composites are considered as inhomogeneous deformable solids. To study the changes in the mechanical characteristics of the material, a method was developed based on the use of two components: the pixel characteristics of raster images scanned by a computer tomograph and the experimental data of field tests of standard samples.
*Research Results.* A complex of mathematical methods has been developed for modeling the interpretation of scanning raster images by a computer tomograph, which allows for the study of any complicated structures of real deformable solids. The results are used in the construction of finite element models of such bodies considering the heterogeneity of the mechanical characteristics of the material. The analysis of the stress-strain state of finite element models of test samples has proved the accuracy and convergence of the numerical solution of the finite element method in modeling the property of heterogeneity of the mechanical characteristics of the material.



[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: bright1388@gmail.com
[***] The research is done within the frame of the independent R&D.

механических характеристик материала.
*Обсуждение и заключения*. Разработанный подход может быть применен для любых физических принципов сканирования (рентгеновский, ультразвуковой, лазерный и др.) и для любых типов материалов, если информация, полученная в результате сканирования, сформирована в виде цифрового (растрового) изображения.

*Discussion and Conclusions.* The developed approach can be applied to any physical principles of scanning (X-ray, ultrasound, laser, etc.) and for any types of materials if the data obtained as a result of scanning is developed in the form of a digital (raster) image.

**Ключевые слова:** метод конечных элементов, деформируемое твердое тело, неоднородность, механические характеристики материала.

**Keywords**: finite element method, deformable solid, inhomogeneity, mechanical properties of material.

***Образец для цитирования***: Зыонг, В. Л. Проблема математического конечноэлементного моделирования неоднородных деформируемых твердых тел с применением сканирования // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 281−289. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-281-289

***For citation:*** Duong, V.L. The problem of mathematical finite element modeling of inhomogeneous deformable solids using scanning. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 281−289 . https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-281-289

**Введение.** При конечноэлементном (КЭ) моделировании механические характеристики материала деформируемых твердых тел (ДТТ) задаются в виде усредненного значения, используемого для всей модели. Например, механические характеристики стали определяются при испытании на растяжение и сжатие стандартных образцов правильной формы. Такой подход приемлем для расчетно-инженерной практики. Однако в современном авиа-, машиностроении, строительстве, медицине и других сферах все шире применяются полимерные композиты и материалы природного происхождения. Реальное изменение механических характеристик таких материалов сильно отличается от усредненного значения, следовательно, при использовании усредненных параметров для построения и анализа конечноэлементных моделей результаты могут существенно искажаться.

**Результаты исследования**

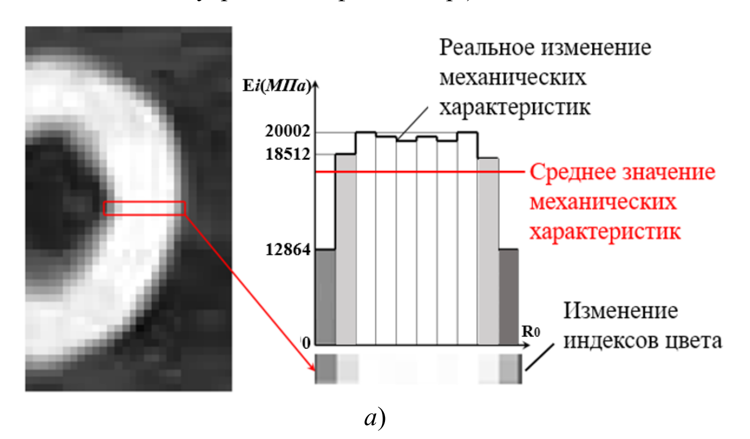
**1. Основная математическая зависимость моделирования неоднородности реальных деформируемых твердых тел.** Для решения представленной проблемы в работе предлагается способ определения реального изменения механических характеристик материала, основанный на использовании:

— результатов сканирования ДТТ;

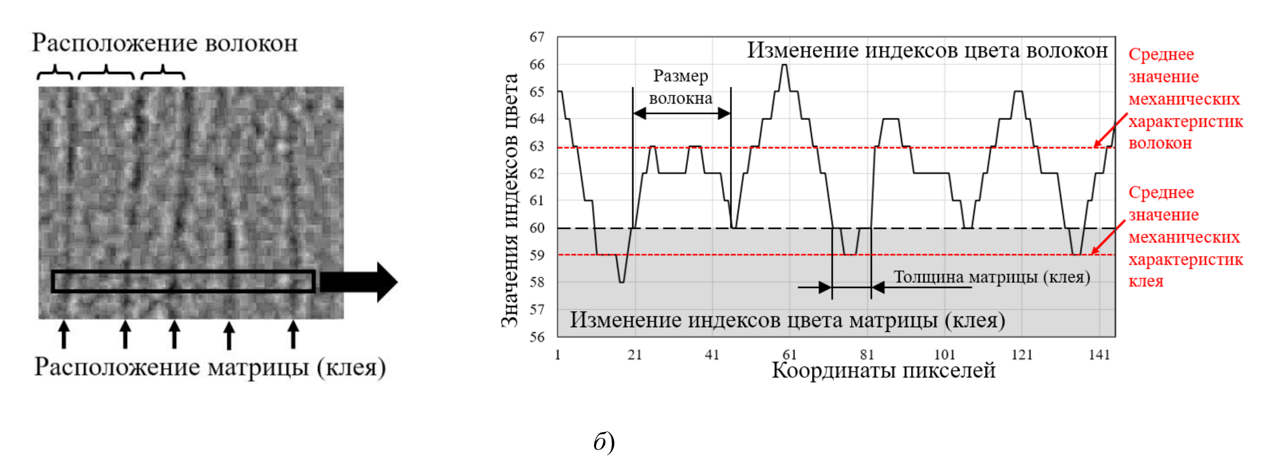
— данных натурных испытаний стандартных образцов [1].

Такой способ дает возможность распознавать любую сложную неоднородную структуру материала и применить эти данные для повышения точности и реалистичности при математическом конечноэлементном моделировании реальных ДТТ.

На рис. 1 *а* представлен пример растрового изображения сканирования материала природного происхождения (человеческой кости). В ее сечении видно изменение механических характеристик в зависимости от значений индексов цвета (пикселей) [2]. На рис. 1 *б* представлен результат сканирования композитного материала в виде растрового изображения сечения образца правильной формы (сканирование выполнено В. Г. Толстиковым). Обозначены реальные изменения механических характеристик волокон и матрицы (клея) в структуре. Кроме того, сканирование показало возможность оценить качество композитных материалов (расположение волокон, толщина слоя клея, внутренние дефекты и др.).




*а*)




*б*)

Рис. 1. Анализ растрового изображения сканирования материала природного происхождения (*а*) и композитного материала (*б*)

Общая схема математического моделирования и алгоритм предлагаемой технологии сканирования представлена на рис. 2 [2].




Рис. 2. Математическое и конечноэлементное моделирование реального деформируемого твердого тела

Схема отражает полный комплекс модулей: от сканирования ДТТ до получения его КЭ модели и анализа напряженно-деформированного состояния (НДС). При необходимости внутри каждого блока алгоритма обеспечивается цикличность операций.

Сканирование проводится с использованием компьютерного томографа (КТ). При работе с деформируемыми объектами он позволяет формировать пакет снимков, каждый из которых представляет собой растровое изображение в определенном сечении [3, 4]. Стандартные форматы растрового изображения: jpeg, dicom, bmp, png и др. Независимо от используемого формата растровое изображение необходимо представить как числовую матрицу для дальнейшей обработки.

Чтобы определить зависимость механических характеристик (например, в виде модуля упругости) от значений индексов цвета, применяется специальный весовой коэффициент [1], устанавливающий зависимость между средним значением индексов цвета $n_{cp}$ и опытным (экспериментальным) значением $E_{ОП}$. Среднее значение модуля упругости ($E_{ОП}$), полученное в эксперименте на растяжение (сжатие) стандартных образцов, используется при интерпретации механических изменений по пиксельной характеристике.

Тогда весовой коэффициент, определяющий переход от индекса цвета пикселя к модулю упругости, определяется выражением вида:

$$k_E = \frac{E_{ОП}}{n_{cp}}. \qquad (1)$$

Здесь $n_{cp}$ — среднее значение индексов цвета пакета растровых изображений сканирования:

$$n_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} I(i,j)}{mn}. \tag{2}$$

Однако для большого объема данных сканирования КТ ДТТ, имеющих высокую степень неоднородности структуры, при определении среднего значения индекса цвета необходимо использовать зависимость математического ожидания. То есть, $n_{cp}$ определяется как среднестатистическая величина:

$$n_{cp} = E(n) = \sum_{i=1} n_i p_i(n_i), \tag{3}$$

где $n_i$ — значение индекса цвета на интервале $I$; $p_i(n_i)$ — вероятность появления $n_i$ (значения индекса цвета) на интервале $I$.

Пикселям, каждый из которых имеет соответствующий индекс цвета, присваиваются значения модуля упругости материала $E_i$. Для этого используется весовой коэффициент $k_E$:

$$E_i = n_i k_E. \tag{4}$$

Здесь $E_i$ — значение модуля упругости, соответствующее значению номера индекса цвета $n_i$; $k_E$ — весовой коэффициент модуля упругости.

Реализация зависимости (4) для КЭ модели выполняется решением следующих задач:

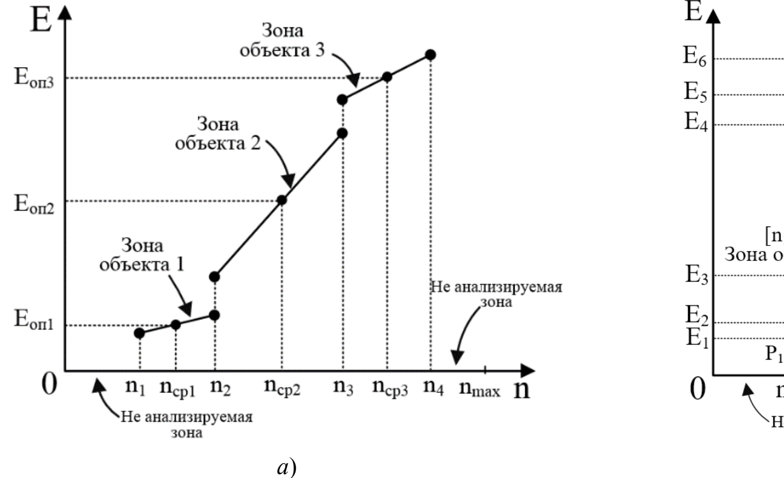
— определение зависимости механических характеристик от значений индексов цвета;

— определение механических характеристик материала в узлах и в конечных элементах КЭ модели.

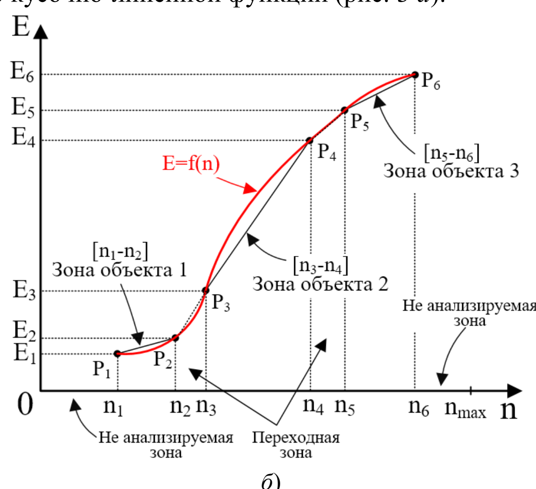
Изменение модуля упругости определяется на основе линейной или нелинейной зависимости от значений индексов цвета. Для материала, имеющего невысокую степень неоднородности, зависимость может быть построена по линейному закону (4) с использованием единственного постоянного значения весового коэффициента модуля упругости.

Однако в природе и технике такие материалы встречаются редко. Чаще всего в структуре материала ДТТ можно выделить несколько областей, каждая из которых имеет отличный от других диапазон изменения модуля упругости.

Для таких материалов предлагается применять нелинейный закон, позволяющий использовать в каждой области структуры ДТТ свое значение весового коэффициента. В этом случае зависимость изменения модуля упругости ДТТ от индексов цвета представляется в виде кусочно-линейной функции (рис. 3 *а*).




*а*)




*б*)

Рис. 3. Кусочно-линейная (*а*) и непрерывная (*б*) функция зависимости изменения модуля упругости ДТТ от значений индексов цвета

Использование кусочно-линейной функции затруднительно с точки зрения эффективности вычислительного алгоритма, в частности, по следующим причинам:

— чем больше количество областей структуры ДТТ, тем больше количество весовых коэффициентов и тем сложнее вычисление модуля упругости для узлов и конечных элементов;

— переходные значения индексов цвета между областями ДТТ или объектами представляют собой не одно значение, а диапазоны значений индексов цвета на растровом изображении (рис. 3 *б*).

Для решения этой проблемы на основе кусочно-линейной функции можно построить нелинейную зависимость в виде сплайна, например кубического [5]. Такая нелинейная зависимость модуля упругости ДТТ от

индексов цвета является универсальной при объединении нескольких зон с различным порядком механических характеристик (рис. 3 *б*).

Далее. Интерпретация данных сканирования связана с интерполяцией и передачей значений индексов цвета от пикселей к узлам КЭ сетки. В самом сложном и общем случае узлы КЭ сетки лежат между соседними плоскостями с растровым изображением. Они существенно различаются по форме и размерам. Кроме того, в них появляются дополнительные внутренние контуры и другие геометрические особенности. В этом случае для интерполяции используется ряд математических зависимостей, определяемых относительно прямой, наклонной к оси $Z$ [6].

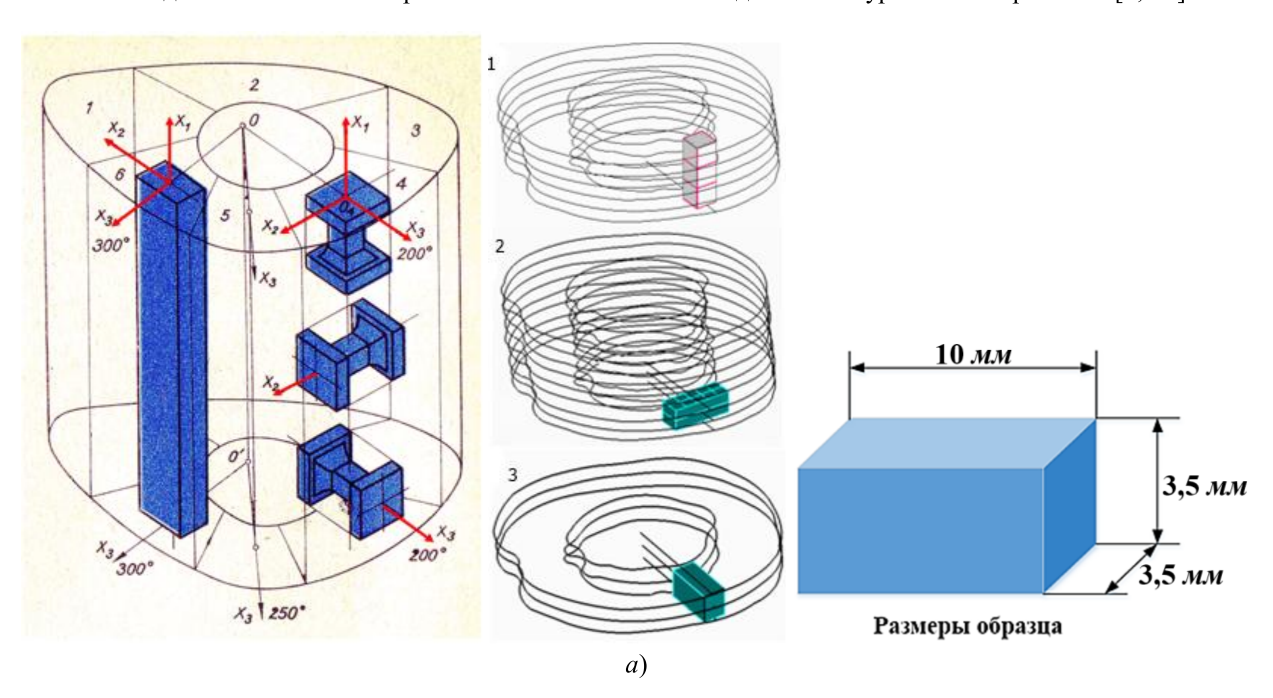
В [2] представлено более подобное описание математической зависимости и блок-схемы алгоритма модуля определения механических характеристик материала в узлах и конечных элементах КЭ модели ДТТ (рис. 2, блок 7).

Для использования в КЭ модели результаты определения неоднородности механических характеристик материала преобразуются в файл с расширением **.pcl*. Для этого задействуют две функции языка Patran Command Language: «material.create» и «elementprops_create» [7, 8].

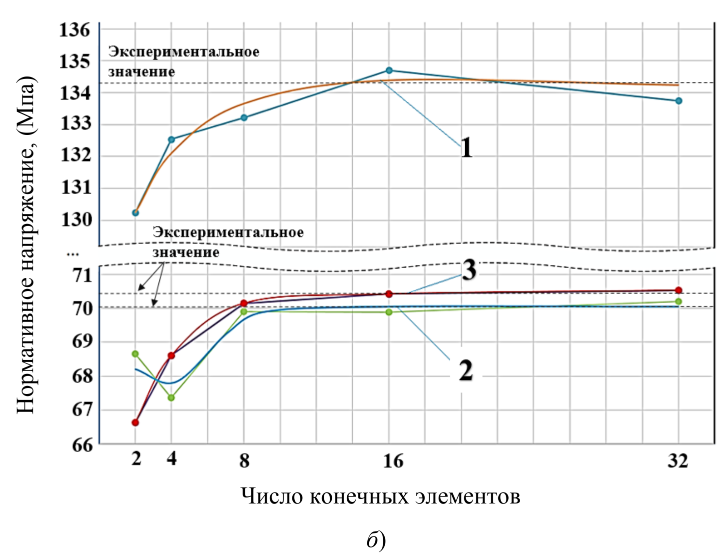
**2. Исследование точности и сходимости результатов анализа КЭ моделей с учетом моделирования неоднородности механических характеристик.** В рамках данной работы определены точность и сходимость численного решения методом конечных элементов (МКЭ) с применением представленной технологии. С этой целью использованы расчеты НДС костной ткани человека (фрагмент бедренной кости).

Выбор ДТТ и его анализ непринципиальны, но обусловлены важными факторами: неоднородностью материала кости, индивидуальностью ее геометрии, а также высоким уровнем технологии и качества сканирования КТ в медицине. Костная ткань хорошо изучена на практике, что позволяет обоснованно судить о корректности ее математического моделирования.

В первом исследовании используются образцы в форме параллелепипедов, вырезанные из фрагмента бедренной кости человека (рис. 4 *а*). Результаты исследования представлены на рис. 4 *б* в виде доказательства точности и сходимости численного решения МКЭ относительно данных натурного эксперимента [9, 10].



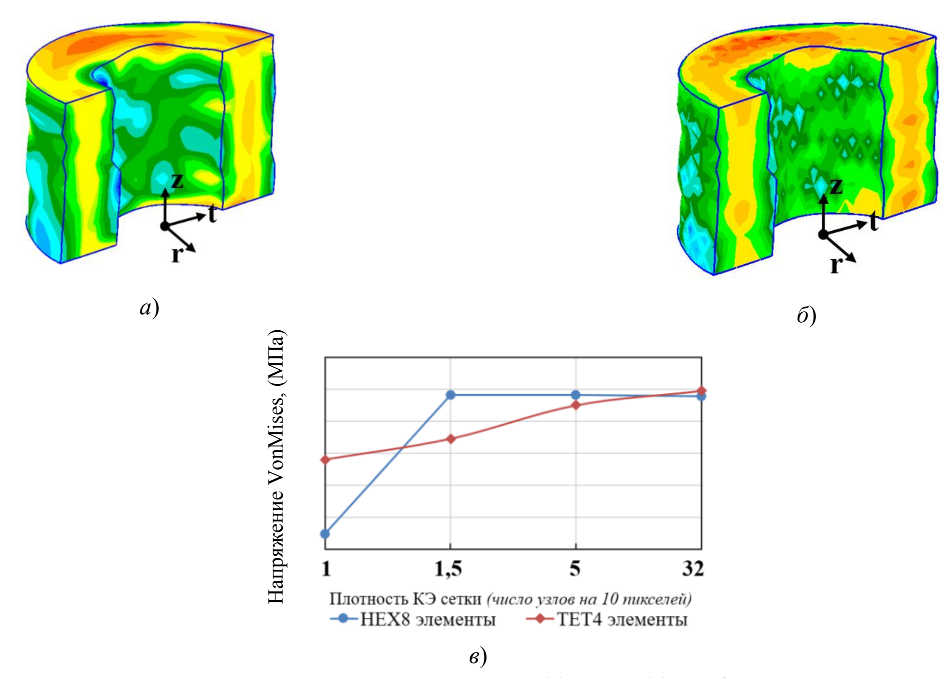

*а*)




*б*)

Рис. 4. Визуализация образцов: размеры и ориентация реальных образцов (*а*); график сходимости нормального напряжения в центре образцов (*б*), в продольном (1), окружном (2) и радиальном (3) направлениях

Результаты показывают, что для достижения необходимой точности численного решения МКЭ требуется КЭ сетка плотностью три и более конечных элемента на 1 мм [11]. Очевидно также, что свойство неоднородности механических характеристик материала ДТТ может быть отражено набором конечных элементов с собственными модулями упругости и изотропной структурой материала.




*в*)

Рис. 5. Результат анализа НДС с применением КЭ типа HEX (*а*) и TET (*б*); график сходимости результатов (*в*)

Для изучения применимости двух различных типов объемных КЭ (гексаэдр и тетраэдр) проведено дополнительное исследование с использованием несовместных функций формы (рис. 5) [12]. Результаты показывают, что КЭ типа гексаэдр имеет лучшие показатели по точности и сходимости результатов, а также по ресурсным затратам.

**3. Моделирование реальных деформируемых твердых тел.** Представленная технология применена к реальным объектам. С этой целью построено и проанализировано НДС КЭ моделей зубов с дефектом и пломбой из композитного материала. В одной модели представлен дефект в виде кариозной области (впадины) в верхней части эмали. Во втором варианте КЭ модели эта область заполнена пломбой из композитного материала. Обе модели построены с учетом неоднородности механических характеристик материала и индивидуальной геометрии.

Каркасная модель зуба человека, представленная на рис. 6 *а*, построена по результатам сканирования [13, 14]. Изменение механических характеристик материала в объемной КЭ модели (рис. 6 *б*)

смоделировано в специальной программе [13, 14]. Входные данные: результаты сканирования и натурных испытаний.

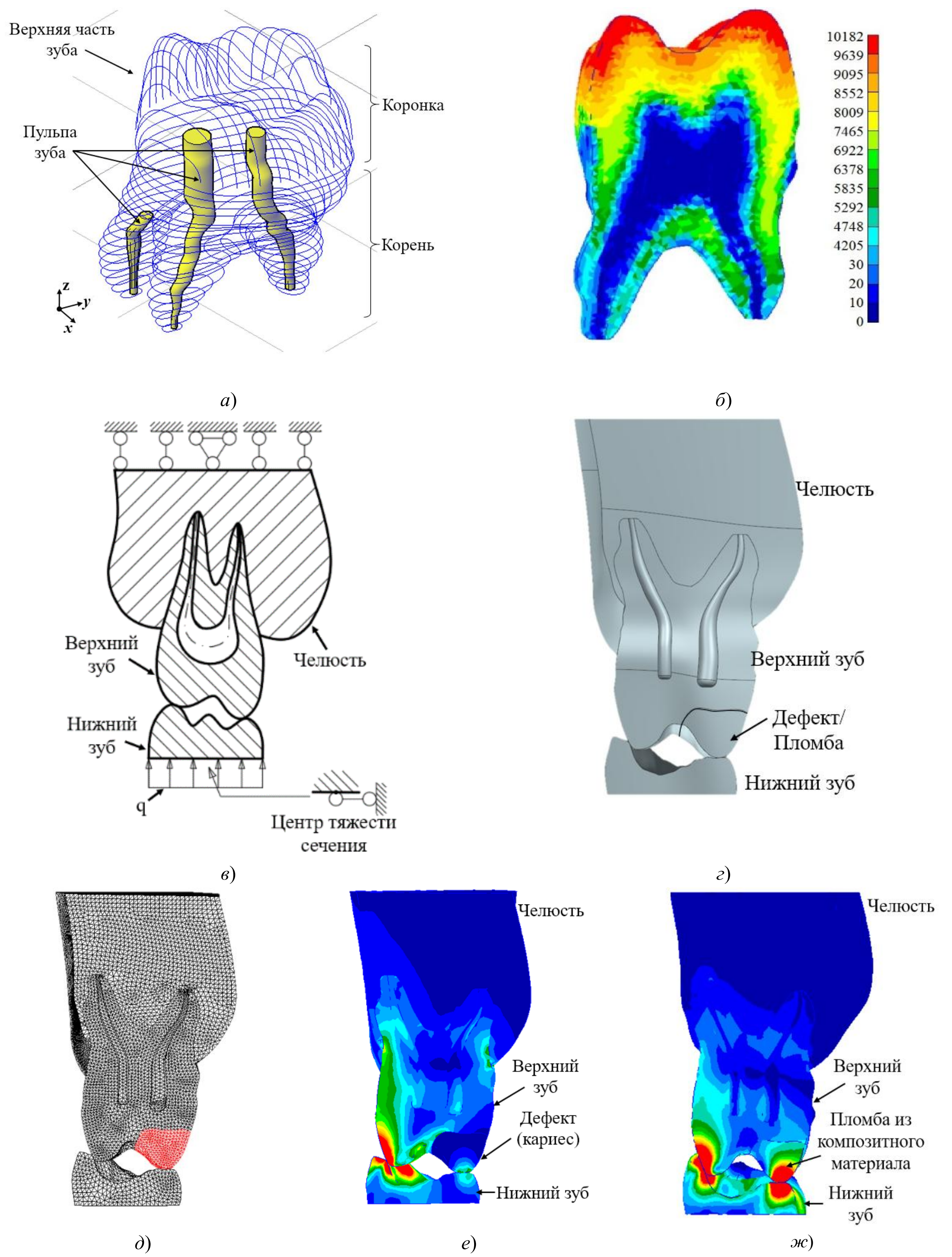



Рис. 6. Построение и анализ КЭ моделей зуба человека с учетом неоднородности механических характеристик материала: каркасная модель (*а*); изменение модуля упругости зуба в объемной КЭ модели (*б*); расчетная схема (*в*); твердотельная геометрическая модель (*г*); генерация КЭ сетки (*д*); результат анализа НДС КЭ модели зуба с моделированием дефекта (*е*); результат анализа НДС КЭ модели зуба с моделированием композитной пломбы (*ж*)

Расчетная схема представлена на рис. 6 *в*. На верхнем зубе моделируются дефект и композитная

пломба (рис. 6 *г* и *д*).

Результат анализа КЭ модели с дефектом (рис. 6 *е*) показывает, что кариозная часть зуба не воспринимает нагрузку. То есть на здоровую часть зуба приходится дополнительная нагрузка, и вероятность разрушения увеличивается. Результат анализа второй КЭ модели, после заполнения области кариеса пломбой из композитного материала (рис. 6 *ж*), показывает, что зуб практически полностью восстанавливает свои функциональные способности, так как картина напряжений идентична картине, полученной для здорового зуба [2].

Из рис. 6 *ж* видно, что максимумы напряжений наблюдаются в точках контакта на вершинах зубных бугров. Более высокая нагрузка воспринимается областью эмали и дентина. Внутренняя часть зуба менее нагружена. Данный результат сравнивается с расчетом [2]. При этом используется усредненное значение механических характеристик эмали и дентина. Неоднородность структуры материала зуба не учитывается. Сравнение показывает более равномерное распределение напряжений в теле зуба при моделировании неоднородности распределения его механических характеристик.

**Обсуждение и заключения.** Результаты исследования подтверждают точность и надежность представленного метода КЭ моделирования на основе сканирования реальных ДТТ с учетом неоднородности механических характеристик материала.

Представленный комплекс математических методов моделирования интерпретации растровых изображений сканирования КТ позволяет проводить исследование любых сложных структур реальных ДТТ. Результаты такого моделирования используются при построении КЭ моделей с учетом неоднородности механических характеристик материала.

Разработанная технология математического моделирования может быть применена для любых физических принципов сканирования (рентген, ультразвук, лазер и др.) и для любых типов материалов, если полученные данные представляют собой цифровое (растровое) изображение.

**Библиографический список**

1. Способ определения значений модуля упругости и его распределения в конструктивных элементах, обладающих неопределенными свойствами прочности : патент № 2542918 Рос. Федерация : МПК G06T 1/00 A61B 6/00 / А. А. Пыхалов [и др.]. — № 201348501/08 ; заявл. 30.10.13 ; опубл. 27.02.15, Бюл. № 6. — 15 с.

2. Пыхалов, А. А. Построение и анализ конечно-элементных моделей неоднородных деформируемых твердых тел на основе сканирования // А. А. Пыхалов, В. Л. Зыонг, В. Г. Толстиков // PNRPU Mechanics Bulletin. — 2018. — № 4. — С. 106–118.

3. Рентгеновская компьютерная томография. Руководство для врачей / Под ред. Г. Е. Труфанкова, С. Д. Рудя. — Санкт-Петербург : Фолиант, 2008. — 1200 с.

4. Марусина, М. Я. Современные виды томографии / М. Я. Марусина, А. О. Казначеева. — Санкт-Петербург : СПбГУ ИТМО, 2006. — 132 с.

5. Голованов, Н. Н. Геометрическое моделирование / Н. Н. Голованов. — Москва : Издательство физико-математической литературы, 2002. — 472 с.

6. Зыонг, В. Л. Интерполяция геометрии и неоднородности материала деформируемых тел при построении их объемных моделей методом конечных элементов на основе сканирования компьютерным томографом / В. Л. Зыонг, А. А. Пыхалов, С. Р. Татарникова // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. — Иркутск : ИрГУПС. — 2017. — № 3 (55). — С. 8–16.

7. PATRAN 2013. PCL and Customization 2013 / MSC Software Corporation — Santa Ana : MSC Software Corporation, 2013. — 1010 p.

8. PATRAN 2013. PCL and Reference / MSC Software Corporation. — Santa Ana : MSC Software Corporation, 2013. — 2190 p.

9. Утенькин, А. А. Исследование механических свойств компактного вещества кости как анизотропного материала : дис. … канд. техн. наук / А. А. Утенькин. — Рига, 1974. — 199 с.

10. Кнетс, И. В. Деформирование и разрушение твердых биологических тканей / И. В. Кнетс, Г. О. Пфафрод, Ю. Ж. Саулгозис. — Рига : Зинатне, 1980. — 319 с.

11. Пыхалов, А. А. Исследование точности численного решения методом конечных элементов анализа напряженно-деформированного состояния образцов из костной ткани на основе данных компьютерного томографа и натурного эксперимента / А. А. Пыхалов, В. П. Пашков, В. Л. Зыонг // Вестник Иркут. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 21, № 4. — С. 47–56.

12. Пыхалов, А. А. Контактная задача статического и динамического анализа сборных роторов турбомашин : дис. ... д-ра техн. наук / А. А. Пыхалов. — Москва, 2006. — 428 с.

13. Математическое моделирование для автоматизации обработки результатов сканирования деформируемых твердых тел сложной геометрической формы с неоднородными механическими характеристиками для построения их конечно-элементных моделей : св-во о гос. регистрации программ для ЭВМ [Электронный ресурс] / А. А. Пыхалов, В. Л. Зыонг. — № 2017661241 ; заявл. 27.06.17 ; опубл. 06.10.17. — Режим доступа : http://www1.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=EVM&DocNumber=2017661241&TypeFile=html (дата обращения : 08.08.19).

14. Математическое моделирование обработки результатов сканирования деформируемых твердых тел для построения геометрии их конечно-элементных моделей : св-во о гос. регистрации программ для ЭВМ [Электронный ресурс] / А. А. Пыхалов, В. Л. Зыонг. — № 2018615239 ; заявл. 14.03.18 ; опубл. 03.05.18. — Режим доступа : http://www1.fips.ru/registers-doc-view/fips_servlet?DB=EVM&DocNumber=2018615239&TypeFile=html (дата обращения : 08.08.19).

Сдана в редакцию 25.03.2019.
Запланирована в номер 17.06.2019

***Об авторе:***

**Зыонг Ван Лам,**
младший научный сотрудник кафедры «Теоретическая механика и сопротивление материалов» Иркутского национального исследовательского технического университета (РФ, 664074, г. Иркутск, ул. Лермонтова, 83),
ORCID: https://orcid.org/0000-0001-5605-1323
Bright1388@gmail.com

*Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 3. С. 290–300. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*
*Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 3, pp. 290–300. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006*

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
# INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.689 https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-290-300

## Ускоренный препроцессинг в задаче поиска подстрок в строке[*]

**А. В. Мазуренко[1], Н. В. Болдырихин[2**]**
[1] ООО «ДДОС-Гвард», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация
[2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## Accelerated preprocessing in task of searching substrings in a string [***]

**A. V. Mazurenko[1], N. V. Boldyrikhin[2**]**
[1] DDoS-GUARD LLC, Rostov-on-Don, Russian Federation
[2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Бурное развитие таких систем, как Yandex, Google и пр., предопределило актуальность задачи поиска подстрок в строке. На сегодняшний день активно исследуются подходы к ее решению. Эта задача используется при создании систем управления базами данных, поддерживающих ассоциативный поиск. Кроме того, она применима при решении вопросов информационной безопасности, создании антивирусных программ. Алгоритмы поиска подстрок в строке используются в задачах обнаружения, основанного на сигнатурах.

*Материалы и методы.* Решение задачи базируется на алгоритме Ахо — Корасик, который представляет собой классический способ осуществления поиска подстрок в строке. Вместе с тем применен новый подход в части, касающейся предварительной обработки.

*Результаты исследования*. Показана возможность построения функции перехода и суффиксных ссылок при помощи суффиксных массивов и специальных отображений. Исследована взаимосвязь между префиксным деревом и суффиксными массивами. Это дало возможность разработать принципиально новый способ построения функций перехода и ошибок.

Полученные результаты позволяют существенно сократить время, затрачиваемое на предвыборную обработку множества строк образцов при использовании целочисленного алфавита.

В статье приведено восемь алгоритмов. Оценены разработанные алгоритмы. Полученные результаты сопоставлены с ранее известными. Доказаны две теоремы и восемь лемм. Приведены два примера, иллюстрирующие особенности практического применения разработанной процедуры препроцессинга.

*Обсуждение и заключения*. Предложенная в данной статье процедура препроцессинга основывается на связи между суффиксным массивом, созданным на основе множества строк образцов, и построением функций перехода и ошибок на начальных этапах работы алгоритма Ахо — Корасик. Такой подход отличен от традиционного и требует

*Introduction.* A rapid development of the systems such as Yandex, Google, etc., has predetermined the relevance of the task of searching substrings in a string, and approaches to its solution are actively investigated. This task is used to create database management systems that support associative search. Besides, it is applicable in solving information security issues and creating antivirus programs. Algorithms of searching substring in a string are used in signature-based discovery tasks.

*Materials and Methods.* The solution to the problem is based on the Aho-Corasick algorithm which is a typical technique of searching substrings in a string. At the same time, a new approach regarding preprocessing is employed.

*Research Results.* The possibility of constructing the transition function and suffix references through suffix arrays and special mappings, is shown. The relationship between the prefix tree and suffix arrays was investigated, which provided the development of a fundamentally new method of constructing the transition and error functions. The results obtained enable to substantially shorten the time intervals spent on the pre-election processing of a set of pattern strings when using an integer alphabet. The paper lists eight algorithms. The developed algorithms are evaluated. The results obtained are compared to the formerly known. Two theorems and eight lemmas are proved. Two examples illustrating features of the practical application of the developed preprocessing procedure are given.

*Discussion and Conclusions.* The preprocessing procedure proposed in this paper is based on the communication between the suffix array built on the ground of a set of pattern strings and the construction of transition and error functions at the initial stages of the Aho-Corasick algorithm. This approach differs from the traditional one and requires the use of algo-





[*] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
[**] E-mail: mazurencoal@gmail.com, boldyrikhin@mail.ru
[***] The research is done within the frame of the independent R&D.

использования алгоритмов, позволяющих построить суффиксный массив за линейное время. Таким образом, описаны алгоритмы, позволяющие существенно сократить время на предварительную обработку множества строк образцов при условии использования определенного типа алфавита по сравнению с известным подходом, предложенным А. Ахо и М. Корасик.
Результаты исследований, приведенные в статье, могут быть применены в антивирусных программах, использующих поиск сигнатур вредоносных информационных объектов в памяти вычислительной системы. Кроме того, данный подход к решению задачи поиска подстроки в строке позволяет значительно ускорить работу систем управления баз данных, применяющих ассоциативный поиск.

rithms providing a suffix array in linear time. Thus, the algorithms that enable to significantly reduce the time for preprocessing of a set of pattern strings under the condition of using a certain type of alphabet in comparison to the known approach proposed in the Aho- Corasick algorithm are described. The research results presented in the paper can be used in antivirus programs that apply searching for signatures of malicious data objects in the memory of a computer system. In addition, this approach to solving the problem on searching substrings in a string will significantly speed up the operation of database management systems using associative search.

**Ключевые слова:** поиск подстроки, алгоритм Ахо — Корасик, префиксное дерево, суффиксный массив, поиск информации, функция ошибок, функция перехода.

**Keywords**: string searching, Aho-Corasick algorithm, prefix tree, suffix array, information search, error function, transition function

***Образец для цитирования: Мазуренко, А.В.*** Ускоренный препроцессинг в задаче поиска подстрок в строке / А. В. Мазуренко Н. В. Болдырихин // Вест- ник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 3. — С. 290‒300. https://doi.org/ 10.23947/1992-5980-2019-19-3- 290-300

***For citation:*** A.V. Mazurenko, N.V.Boldyrikhin. Accelerated preprocessing in task of searching substrings in a string. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 3, pp. 290‒300. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-3-290-300

**Введение.** В настоящее время существенно возрастает важность обеспечения кибербезопасности распределенных информационных систем и отдельных вычислительных средств [1]. Диапазон таких задач достаточно широк [1–10]. Особое место занимают вопросы создания эффективного антивирусного программного обеспечения (ПО). Одной из важнейших задач, решаемых таким ПО, является поиск подстрок в строке [1, 5, 6, 10–13].

**Материалы и методы.** Задача поиска подстрок заключается в нахождении всех строк в тексте *T* общей длиной *m*, совпадающих с каким-либо образцом из заданного множества образцов *P*. Положим, сумма длин всех элементов *P*, состоящих из символов алфавита *I*, равна *n*. Решение этой задачи было предложено А. Ахо и М. Корасик [6, 10]. В их алгоритме время предвыборной обработки составляет $O(n|I|)$, а время поиска — $O(m|I|+k)$. Здесь *k* — количество совпадений, найденных в тексте со строками, принадлежащими множеству образцов.

В настоящее время задача поиска подстроки в строке активно исследуется по двум причинам:
— поисковые системы активно развиваются [11];
— процесс обнаружения в антивирусных программных продуктах основывается на сигнатурах [1].

В этой связи были созданы алгоритмы, которые приходится выбирать в зависимости от определенных потребностей пользователя. Новейшие результаты, полученные при решении задачи поиска множества подстрок, описаны в работе [13].

Представленные в данной статье результаты основываются на связи между суффиксным массивом, созданным на основе множества строк образцов, и построением функций перехода и ошибок на начальных этапах работы алгоритма Ахо — Корасик. Такой подход отличен от традиционного и требует использования алгоритмов, позволяющих построить суффиксный массив за линейное время. Итак, в статье описаны алгоритмы, с помощью которых время выполнения предвыборной обработки сокращается до $O(n)$.

Пусть задан алфавит *I*, множество образцов $P=\{P_1,P_2,...,P_k\}$, где $P_i \in I^*$, $i=\overline{1,k}$. Обозначим через $n=\sum_{i=1}^{k}|P_i|$. Будем считать, что алфавит *I* представляет собой ограниченный промежуток целых чисел. Граница может зависеть от длины рассматриваемой строки $s \in I^*$ либо представлять собой промежуток $[0,c]$, где *c* — натуральное число: $c \ge |s|$. Пусть $\varepsilon \in I$ — пустая строка.

Пусть *goto* — функция перехода, a *failure* — функция ошибок. Приводимые модификации касаются методов построения упомянутых функций, используемых в алгоритме Ахо — Корасик [6, 10].

Положим, $SuffArr(s)$ — некоторый алгоритм построения суффиксного массива для строки $s \in I^*$ за линейное время. Описание таких алгоритмов можно найти, например, в [12–15].

Пусть $x, y \in I^*$. Тогда, $lcp(x, y)$ — наибольший общий префикс строк *x* и *y*.

Рассмотрим строку $s \in I^*$, $s = s\left[s[0]s[1]...s[n-1]\right]$. Пусть $s\left[s[i]s[i+1]...s[j]\right]$ — подстрока *s*, включающая символы от *i* до *j*, где $i \le j$, $i, j = \overline{0, n-1}$. Обозначим через $p_s$ суффиксный массив, соответствующий строке *s*. Пусть

$$p_s = p_s\left[p_s[0]p_s[1]...p_s[n-1]\right],$$

то есть $s\left[s\left[p_s[0]\right]...s\left[n-1\right]\right] < s\left[s\left[p_s[1]\right]...s\left[n-1\right]\right] < ... < s\left[s\left[p_s[n-1]\right]...s\left[n-1\right]\right]$.

Для построения суффиксного массива будет использован алгоритм, описанный в [15].

Положим, $\alpha_i \notin I$, $\alpha_i \ne \alpha_j$, $1 \le i < j \le k+1$, $\alpha_1 < \alpha_2 < ... < \alpha_{k+1}$. Пусть $\forall b \in I \quad \alpha_i < b$, где $1 \le i \le k+1$. Допустим, что $P \ne \varnothing$, $alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k, \alpha_{k+1}\}$.

**Алгоритм обработки суффиксного массива** $p_s$

Здесь $s \in I^*$: $s = \alpha_1 P_1 \alpha_2 P_2 \ldots \alpha_k P_k \alpha_{k+1}$, $P_i \in I^*$, $1 \le i \le k$.

*Adaptation* $\left(s, p_s, alpha\right)$

1. $new_array \leftarrow \varepsilon$
2. $for\ \left(i \leftarrow |alpha|; i < |s|; i{+}{+}\right)$ {
3. $j \leftarrow 0$
4. $while\ \left(s\left[s[p_s[i]]...s[|s|-1]\right]\left[j\right] \notin alpha\right)$ {
5. $new_array\left[i\right]\left[j\right] \leftarrow s\left[s[p_s[i]]...s[|s|-1]\right]\left[j\right]$
6. $j \leftarrow j + 1$
7. }
8. }
9. $ordered_list\left[0\right] \leftarrow new_array\left[0\right]$
10. $for\ \left(i \leftarrow 1; i < |s| - |alpha|; i{+}{+}\right)$ {
11. $j \leftarrow 0$
12. $if\ \left(new_array\left[i\right] \ne new_array\left[i-1\right]\right)$ {
13. $ordered_list\left[i\right] \leftarrow new_array\left[i\right]$
14. $j \leftarrow j + 1$
15. }
16. }
17. *return ordered_list*

Лемма 1. Пусть $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_k\}$, $s = \alpha_1 P_1 \alpha_2 P_2 \ldots \alpha_k P_k \alpha_{k+1}$. Тогда алгоритм *Adaptation* строит массив лексикографически упорядоченных суффиксов образцов, принадлежащих *P*, за время $O\left(|s| - |alpha|\right)$.

Доказательство. В цикле 2–8 выполняется построение массива *new_array*, *i*-й элемент которого представляет собой такой префикс соответствующего суффикса *s*, который включает в себя все символы данного суффикса, начиная с нулевой позиции до его первого элемента, принадлежащего множеству *alpha*. При этом при помощи суффиксного массива $p_s$ перебираются все суффиксы *s* согласно их лексикографическому порядку. Таким образом, массив *new_array* состоит из всех суффиксов образцов, принадлежащих *P* согласно их лексикографическому упорядочиванию, причем возможно повторение некоторых суффиксов. Заметим, что из рассмотрения исключаются все строки, начинающиеся с символов, принадлежащих массиву *alpha*, то есть первые $|alpha|$ суффиксы. Далее в цикле 10–16 при помощи массива *new_array* строится массив *ordered_list* путем исключения повторяющихся строк. Для этого в силу лексикографического порядка следования строк достаточно проверить, совпадает ли рассматриваемая строка с предыдущей.

Цикл 2–8 выполняется за время $O(|s|-|alpha|)$, поскольку из рассмотрения исключаются все строки, начинающиеся с символов, принадлежащих массиву *alpha*. В цикле 10–16 происходит $|s|-|alpha|$ сравнений строк. Таким образом, получаем асимптотическую оценку времени работы алгоритма $O(|s|-|alpha|)$. Лемма доказана.

**Алгоритм разбиения согласно лексикографическому упорядочению**

Здесь $s$ — массив лексикографически упорядоченных строк.

$DandC(s)$

1. $sub[0] \leftarrow 0$
2. $j \leftarrow 0$
3. $for\ (i \leftarrow 0; i<|s|-1; i++)$ {
4. $if\ (s[i] \neq s[i+1])$ {
5. $\mathrm{sub}[j] \leftarrow i+1$
6. $j \leftarrow j+1$
7. }
8. $sub[j] \leftarrow |s|$
9. *return sub*

Лемма 2. Алгоритм *DandC* на основе массива лексикографически упорядоченных строк *s* строит массив *sub*, состоящий из целых положительных чисел, указывающих индексы, соответствующие первым строкам среди строк, у которых равны первые символы, за время $O(|s|)$.

Доказательство. Граница, соответствующая первому символу, начинается с 0, что соответствует присваиванию, выполняемому на шаге 1. В цикле 3–7 последовательно сравниваются первые символы *i*-й и (*i* + 1)-й строк, где $i=\overline{0,|s|-2}$. Если символы не равны, то в массив *sub* записывается начало границы, соответствующей следующему символу. В противном случае выполнение цикла продолжается. Правая граница последнего символа соответствует количеству строк в массиве *s* (шаг 8).

Сравнение на шаге 4 происходит за время $O(1)$, как и запись на шаге 5 и инкрементирование на шаге 6. Таким образом, цикл 3–7 выполняется за время $O(|s|)$. Лемма доказана.

**Алгоритм построения первой связи**

Здесь *tree* — дерево, $lex_words \in I^*$, $link_num$ — номер некоторого символа строки $lex_words$, $v$ — порядковый номер нового узла, который присоединяется к узлу с порядковым номером $node_number$.

$BuildFirstLink(tree\&, lex_words\&, v\&, link_num, node_number)$

1. $new\ tree.node[v]$
2. $tree.node[v].state \leftarrow lex_words[lex_words[0]...lex_words[link]]$
3. $new\ tree.node[node_number].link \leftarrow tree.node[v]$
4. $tree.node[node_number].link.symbol \leftarrow lex_words[link_num]$
5. $v \leftarrow v+1$

Лемма 3. Алгоритм *BuildFirstLink* осуществляет построение нового узла с порядковым номером *v* и дуги, ведущей от узла *node_number* к новому узлу *v*, в дереве *tree* за время $O(1)$.

**Алгоритм построения связи с подстрокой**

Здесь *tree* — дерево, $lex_words \in I^*$, $v$ — порядковый номер нового узла, который присоединяется к узлу с порядковым номером $start$.

$BuildSubstringLink(tree\&, lex_words\&, v\&, start)$

1. $for\ (k \leftarrow start; k<|lex_words|; k++)$ {

2. $new\ tree.node[v]$

3. $tree.node[v].state \leftarrow lex_words[lex_words[0]...lex_words[k]]$

4. $new\ tree.node[v-1].link \leftarrow tree.node[v]$

5. $tree.node[v-1].link.symbol \leftarrow lex_words[k]$

6. $v \leftarrow v+1$

7. }

Лемма 4. Алгоритм *BuildSubstringLink* осуществляет построение новых узлов в дереве *tree*, соответствующих всем префиксам строки *lex_words*, начиная с префикса $lex_words[lex_words[0]...lex_words[start]]$ за время $O(|lex_words|-start)$.

**Алгоритм построения последней связи**

Здесь *tree* — дерево, $lex_words \in I^*$, $v$ — порядковый номер новой дуги, $I$ — алфавит.

$BuildLastLink(tree\&, lex_words, v, I)$

1. $new\ tree.node[0].link[v] \leftarrow tree.node[0]$

2. $symbols \leftarrow \varnothing$

3. $for\ (i \leftarrow 0; i < |lex_words|; i++)$ {

4. $symbols[i] \leftarrow lex_words[i][0]$

5. $j \leftarrow 0$

6. $for\ (i \leftarrow 0; i < |I|; i++)$ {

7. if $(I[i] \notin symbols)$ {

8. $tree.node[0].link[v].symbol[j] \leftarrow I[i]$

9. $j \leftarrow j+1$

10. }

11. }

Лемма 5. Алгоритм *BuildLastLink* строит при корневом узле петлю. Ее пометка соответствует множеству символов, по которым невозможно перейти в другие узлы дерева *tree* из корневого узла за время $O(|lex_words|+|I|)$.

**Алгоритм построения переходов**

Здесь $lex_words$ — массив лексикографически упорядоченных строк.

$CreateLink(lex_words)$

1. $str \leftarrow \varnothing$

2. $sub \leftarrow \mathrm{DandC}(lex_words)$

3. $v \leftarrow 1$

4. $tree \leftarrow \varnothing$

5. $tree.node[0].state \leftarrow \varepsilon$

6. $for\ (i \leftarrow 0; i < |sub|-1; i++)$ {

7. $BuildFirstLink(tree, lex_words[sub[i]], v, 0, 0)$

8. $BuildSubstringLink(tree, lex_words[sub[i]], v, 1)$

9. $for\ (j \leftarrow sub[i]+1; j < sub[i+1]; j++)$ {

10. $temp \leftarrow |lcp(lex_words[j-1], lex_words[j])|+1$

11. $z \leftarrow tree.getStateNumber(lcp(lex_words[j-1], lex_words[j]))$

12. $BuildFirstLink(tree, lex_words[j], v, temp, z)$

13. $BuildSubstringLink\left(tree, lex_words\left[j\right], v, temp\right)$

14. }

15. }

16. $BuildLastLink\left(tree, lex_words, v, lex_words\right)$

17. *return tree*

Лемма 6. Алгоритм *CreateLink* осуществляет построение префиксного дерева *tree* с петлей при корневом узле за время $O\left(\sum_{i=0}^{|lex_words|-1}|lex_words[i]|\right)$.

Доказательство. На шаге 2 выполняется алгоритм *DandC* (см. лемму 2), после чего на шаге 5 создается корневой узел с порядковым номером 0 дерева *tree*. Его состояние полагается равным пустой строке $\varepsilon$. Рассмотрим цикл 6–15 на *i*-м шаге работы.

На шаге 7 при помощи алгоритма *BuildFirstLink* создается узел, состояние которого соответствуют первому символу строки $lex_words\left[sub[i]\right]$. Учитывая построение массива *sub*, можно утверждать, что такой символ прежде не встречался среди первых символов предыдущих строк. Тогда на шаге 8 реализация алгоритма *BuildSubstringLink* последовательно создает узлы, состояние которых соответствует всем префиксам строки $lex_words\left[sub[i]\right]$, исключая префикс, построенный в предшествующей строке.

В цикле 9–14 при помощи алгоритмов *BuildFirstLink* и *BuildSubstringLink* выполняем те же действия со строками, лежащими в целочисленном промежутке $\left[sub[i]+1, sub[i+1]-1\right]$. Поскольку у каждой такой строки есть общий ненулевой префикс с предыдущей строкой, то алгоритм немедленно переходит в состояние, соответствующее наибольшему общему префиксу, начиная с которого необходимо строить новые узлы. На шаге 16 при помощи алгоритма *BuildLastLink* создается петля при корневом узле.

Шаги 12 и 13 выполняются за время

$$O(1)+O\left(\left|lex_words\left[j\right]\right|-\left|lcp\left(lex_words\left[j-1\right], lex_words\left[j\right]\right)\right|-1\right)=$$

$$=O\left(\left|lex_words\left[j\right]\right|-\left|lcp\left(lex_words\left[j-1\right], lex_words\left[j\right]\right)\right|\right).$$

Таким образом, из лемм 2, 3 и 4 следует, что цикл 9–14 выполняется за время

$$O\left(\sum_{j=sub[i]+1}^{sub[i+1]-1}\left|lex_words\left[j\right]\right|-\left|lcp\left(lex_words\left[j-1\right], lex_words\left[j\right]\right)\right|\right).$$

Цикл 6–14 выполняется за время

$$O\left(\sum_{i=0}^{|sub|-2}\left|lex_words\left[sub[i]\right]\right|\right)+$$

$$+O\left(\sum_{i=0}^{|sub|-2}\sum_{j=sub[i]+1}^{sub[i+1]-1}\left|lex_words\left[j\right]\right|-\left|lcp\left(lex_words\left[j-1\right], lex_words\left[j\right]\right)\right|\right)=$$

$$=O\left(\sum_{i=0}^{|sub|-1}\left|lex_words\left[sub[i]\right]\right|-\left|lex_words\right|\right).$$

Из леммы 5 следует, что шаг 16 выполняется за время $O\left(\left|lex_words\right|+\sum_{i=0}^{|lex_words|-1}\left|lex_words\left[i\right]\right|\right)$.

Таким образом, получаем асимптотическую оценку времени работы алгоритма

$$O\left(\left|lex_words\right|\right)+O\left(\sum_{i=0}^{|sub|-1}\left|lex_words\left[sub[i]\right]\right|-\left|lex_words\right|\right)+$$

$$+O\left(\left|lex_words\right|+\sum_{i=0}^{|lex_words|-1}\left|lex_words\left[i\right]\right|\right)=O\left(\sum_{i=0}^{|lex_words|-1}\left|lex_words\left[i\right]\right|\right).$$

Лемма доказана.

**Алгоритм построения функции *goto***

Здесь $P$ — множество строк образцов.

$ConstructGoto\left(P\right)$

1. $s\leftarrow\alpha_1 P_1\alpha_2 P_2\ldots\alpha_k P_k\alpha_{k+1}$

2. $p_s \leftarrow SuffArr(s)$
3. $alpha \leftarrow \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k, \alpha_{k+1}\}$
4. $ordered_list \leftarrow Adaptation(s, p_s, alpha)$
5. $j \leftarrow 0$
6. $lex_words \leftarrow \varnothing$
7. $P_length \leftarrow \{|P_1|, |P_2|, \ldots, |P_k|\}$
8. $for\ (i \leftarrow 0; i < |ordered_list|; i++)$
9. $if\ ((|ordered_list[i]| \in P_length)\ and\ (ordered_list[i] \in P))$
10. $lex_words[j++] \leftarrow ordered_list[i]$
11. $goto \leftarrow CreateLink(lex_words)$
12. $return\ goto$

Напомним, что $n = \sum_{i=1}^{k} |P_i|$ для множества образцов $P = \{P_1, P_2, \ldots, P_k\}$.

**Теорема 1.** Алгоритм *ConstructGoto* строит функцию *goto* за время $O(n)$.

Доказательство. На шаге 2 строится суффиксный массив $p_s$ для строки *s*. На шаге 4 при помощи алгоритма *Adaptation* в массив *ordered_list* записываются все суффиксы строк, принадлежащих множеству образцов *P*. При этом не исключены повторения. В цикле 8–10 строится массив *lex_words*, содержащий суффиксы, принадлежащие *P*, расположенные в лексикографическом порядке без повторений. На шаге 11 происходит построение префиксного дерева с петлей при корневом узле на основе строк, которые содержатся в массиве *lex_words*. Структура данных, возвращаемая алгоритмом *CreateLink*, в точности задает функцию *goto*.

Шаг 2 выполняется за время $O(n+k+1)$ [12]. Из леммы 1 следует, что шаг 4 выполняется за время $O(n+k+1-k-1) = O(n)$. В цикле 8–10 рассматриваются только строки, длина которых равна длине какого-либо образца.

Таким образом, потребуется не более $O(n)$ проверок для нахождения образцов *P*. Из леммы 6 следует, что шаг 11 выполняется за время $O\left(\sum_{i=0}^{|lex_words|-1} |lex_words[i]|\right) = O(n)$. Так как $k \le n$, получаем асимптотическую оценку времени работы алгоритма $O(n) + O(n+k+1) = O(n)$. Теорема доказана.

**Результаты исследования**

Пример 1.

Пусть $P = \{one, on, once, cell, lull, eye, near\}$. Тогда

$$s = \alpha_1 one \alpha_2 on \alpha_3 once \alpha_4 cell \alpha_5 lull \alpha_6 eye \alpha_7 near \alpha_8. \quad (1)$$

В табл. 1 представлен результат работы алгоритма построения функции *goto* при поступлении на вход строки *s* (1).

Таблица 1

Структура префиксного дерева

| Номер *node* | Состояние *node* | Состояния, в которые ведут ветви *link* от *node* | Символы на ветвях *link* от *node* |
|---|---|---|---|
| 0 | ε | 1. *c*; 2. *e*; 3. *l*; 4. *n*; 5. *o* | 1. *c*; 2. *e*; 3. *l*; 4. *n*; 5. *o* |
| 1 | *c* | 1. *ce* | 1. *e* |
| 2 | *ce* | 1. *cel* | 1. *l* |
| 3 | *cel* | 1. *cell* | 1. *l* |
| 4 | *cell* | – | – |
| 5 | *e* | 1. *ey* | 1. *y* |
| 6 | *ey* | 1. *eye* | 1. *e* |
| 7 | *eye* | – | – |
| 8 | *l* | 1. *lu* | 1. *u* |

| Номер *node* | Состояние *node* | Состояния, в которые ведут ветви *link* от *node* | Символы на ветвях *link* от *node* |
|---|---|---|---|
| 9 | *lu* | 1. *lul* | 1. *l* |
| 10 | *lul* | 1. *lull* | 1. *l* |
| 11 | *lull* | – | – |
| 12 | *n* | 1. *ne* | 1. *e* |
| 13 | *ne* | 1. *nea* | 1. *a* |
| 14 | *nea* | 1. *near* | 1. *r* |
| 15 | *near* | – | – |
| 16 | *o* | 1. *on* | 1. *n* |
| 17 | *on* | 1. *onc;* 2. *one* | 1. *c*; 2. *e* |
| 18 | *onc* | 1. *once* | 1. *e* |
| 19 | *once* | – | – |
| 20 | *one* | – | – |

Пусть $\tilde{s} = \alpha_{k+1}\tilde{P}_k\alpha_k \ldots \alpha_2\tilde{P}_1\alpha_1\tilde{P}_0\alpha_0$ — зеркальное отражение строки *s*.

**Алгоритм построения функции ошибок *failure***

Здесь $P$ — множество строк образцов.

$FalseSuff(P)$

1. $\tilde{s} \leftarrow \alpha_{k+1}\tilde{P}_k\alpha_k \ldots \alpha_2\tilde{P}_1\alpha_1\tilde{P}_0\alpha_0$
2. $p_{\tilde{s}} \leftarrow SuffArr(\tilde{s})$
3. $alpha \leftarrow \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_k, \alpha_{k+1}\}$
4. $\text{ordered_list} \leftarrow Adaptation(\tilde{s}, p_{\tilde{s}}, alpha)$
5. $link \leftarrow \varnothing$
6. $for\ (i \leftarrow 0; i < |\tilde{s}|; i++)$
7. $inLink[i] \leftarrow \varepsilon$
8. $\text{sub} \leftarrow DandC(ordered_list)$
9. $str \leftarrow \varnothing$
10. $for\ (i \leftarrow 0; i < |sub|-1; i++)$
11. $for\ (j \leftarrow sub[i]; j < sub[i+1]-1; j++)$
12. $str[j] \leftarrow |lcp(ordered_list[j], ordered_list[j+1])|$
13. $for\ (i \leftarrow 0; i < |sub|-1; i++)$
14. $for\ (k \leftarrow sub[i+1]-1; k > sub[i]; k--)\ \{$
15. $for\ (j \leftarrow sub[i]; j < k; j++)$
16. $min_element \leftarrow \min(str[k-1], str[k-2], \ldots, str[j])$
17. $if\ (\min_element = |ordered_list[j]|)$
18. $\min_temp[j - sub[i]] \leftarrow min_element$
19. }
20. $max_element \leftarrow \max(\min_temp[0], \min_temp[1], \ldots, \min_temp[w])$
21. найти *max_index*: $\min_temp[\text{max_index}] = \text{max_element}$
22. $inLink[k] \leftarrow ordered_list[\max_index + sub[i]]$
23. }
24. $for\ (i \leftarrow 0; i < |inLink|; i++)\ \{$

25. $link[i][0] \leftarrow ordered_list[i]^{\sim}$; //зеркальное отражение строки

26. $link[i][1] \leftarrow inLink[i]^{\sim}$; //зеркальное отражение строки

27. }

28. *return link*

Замечание. В строке 20 $w \le sub[i+1] - sub[i] - 1$.

**Теорема 2.** Алгоритм *FalseSuff* строит функцию ошибок *failure* за время $O(n)$. Доказательство. На шаге 1 строим массив символов, содержащий зеркальные отображения строк, принадлежащих множеству образцов *P*, и некоторые уникальные символы. На шаге 2 строим суффиксный массив $p_{\tilde{s}}$ для строки $\tilde{s}$. На шаге 4 при помощи алгоритма *Adaptation* в массив *ordered_list* записываются все суффиксы строк, принадлежащих множеству образцов $\tilde{P}$ (множество образцов, состоящее из зеркально отраженных строк *P*), при этом не исключены повторения. На шаге 8 выполняется алгоритм *DandC* (см. лемму 2), после чего в цикле 10–12 находим длину наибольшего общего префикса между строками, у которых совпадает первый символ. Записываем результат в массив *str*. Заметим, что эта величина равна нулю у строк, для которых данное условие не выполняется. В цикле 13–23 строится специальное отображение между строками, у которых совпадает первый символ. Опишем это отображение. Зафиксируем некоторую строку

$$s \in ordered_list\left[ordered_list\left[sub[i]\right], \ldots, ordered_list\left[sub[i+1]-1\right]\right].$$

Рассмотрим множество, состоящее из строк, принадлежащих $ordered_list\left[ordered_list\left[sub[i]\right], \ldots, ordered_list\left[sub[i+1]-1\right]\right]$. Их длина равна длине наибольшего общего префикса с *s*, исключая само *s*. Из этого множества найдем строку $s'$, которая имеет наибольшую длину, и поставим ее в соответствие *s*. Очевидно, что построенное отображение является биекцией при условии $s' \ne \varepsilon$. Полученный результат записывается в массив *inLink*. В цикле 24–27 при помощи массива *inLink* явно указываем построенное отображение, при этом зеркально отражая каждую из строк. Таким образом, ставим узлу $\tilde{s}$ префиксного дерева, построенного на основе массива образцов *P*, в соответствие узел $\tilde{s}'$. Его состояние равно наибольшему собственному суффиксу $\tilde{s}$, который встречается среди множества состояний рассматриваемого префиксного дерева. Но согласно определению функции ошибок *failure* это и есть искомый результат.

Пусть $n = \sum_{i=1}^{k} |P_i|$. Шаг 2 выполняется за время $O(n+k+1)$ [12]. Из леммы 1 следует, что шаг 4 выполняется за время $O(n+k+1-k-1) = O(n)$. Цикл 6–7 выполняется за время $O(|\tilde{s}|) = O(n)$. Из леммы 2 следует, что шаг 8 выполняется за время $O(n)$. Цикл 10–12 выполняется за время $O\left(\sum_{i=0}^{|sub|-2} \sum_{j=sub[i]+1}^{sub[i+1]-1} \gamma_j\right) = O(k)$, $\forall j \ \ \gamma_j = 1$. Цикл 14–23 выполняется за время

$$O\left(\sum_{k=sub[i]+1}^{sub[i+1]-1} \sum_{j=sub[i]}^{k-1} \gamma_j\right) = O\left(\sum_{j=0}^{sub[i+1]-sub[i]-2} \gamma_j\right) = O\left(sub[i+1]-sub[i]-1\right), \ \forall j \ \ \gamma_j = 1.$$

Тогда цикл 13–23 выполняется за время

$$O\left(\sum_{i=0}^{|sub|-2} \left(sub[i+1]-sub[i]-1\right)\right) = O\left(sub\left[|sub|-1\right]\right) = O(k).$$

Поскольку $|inLink| < n$, то цикл 24–27 выполняется за время $O(|inLink|) = O(n)$. Итак, учитывая, что $k \le n$, получаем асимптотическую оценку времени работы алгоритма $O(n) + O(n+k+1) + O(k) = O(n)$. Теорема доказана.

Пример 2.

Пусть, как и в примере 1, $P = \{one, on, once, cell, lull, eye, near\}$. Тогда

$$\tilde{s} = \alpha_8 raen\alpha_7 eye\alpha_6 llul\alpha_5 llec\alpha_4 ecno\alpha_3 no\alpha_2 eno\alpha_1. \qquad (2)$$

В табл. 2 представлен результат работы алгоритма построения функции *failure* при поступлении на вход строки $\tilde{s}$ (2).

Таблица 2

Ложные связи между узлами

| Массив *inLink* | Массив *link* | Массив *inLink* | Массив *link* |
|---|---|---|---|
| 0. ε | 0. 0. *nea*; 1. ε | 10. *l* | 10. 0. *cel*; 1. *l* |
| 1. ε | 1. 0. *c*; 1. ε | 11. *l* | 11. 0. *cell*; 1. *l* |
| 2. *c* | 2. 0. *onc*; 1. *c* | 12. *l* | 12. 0. *lull*; 1. *l* |
| 3. ε | 3. 0. *e*; 1. ε | 13. *l* | 13. 0. *lul*; 1. *l* |
| 4. *e* | 4. 0. *ce*; 1. *e* | 14. ε | 14. 0. *n*; 1. ε |
| 5. *ec* | 5. 0. *once*; 1. *ce* | 15. *n* | 15. 0. *on*; 1. *n* |
| 6. *e* | 6. 0. *ne*; 1. *e* | 16. ε | 16. 0. *o*; 1. ε |
| 7. *en* | 7. 0. *one*; 1. *ne* | 17. ε | 17. 0. *near*; 1. ε |
| 8. *e* | 8. 0. *eye*; 1. *e* | 18. ε | 18. 0. *lu*; 1. ε |
| 9. ε | 9. 0. *l*; 1. ε | 19. ε | 19. 0. *ey*; 1. ε |

Для всех узлов, для которых на рис. 1 не указаны ложные связи, полагаем, что ложная связь ведет к корневому узлу.

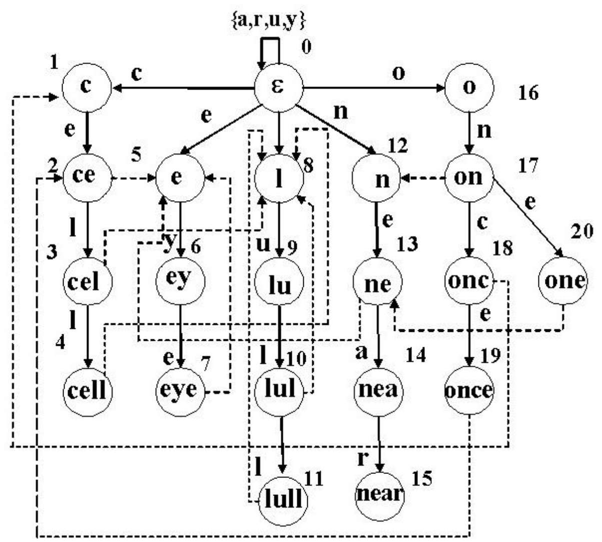



Рис. 1. Префиксное дерево с ложными связями

**Обсуждение и заключения.** Описана новая процедура препроцессинга в алгоритме Ахо — Корасик. Она выполняется за линейное время $O(n)$. Исследована связь между суффиксными массивами и префиксным деревом, что позволило предложить иной способ построения функций перехода и ошибок. Полученные результаты позволяют сократить время на предвыборную обработку множества строк образцов при использовании целочисленного алфавита.

**Библиографический список**

1. Stallings, W. Computer security: principles and practice / W. Stallings. — Boston : Pearson, 2012. — 182 p.

2. Исследование возможности применения генетических алгоритмов для реализации криптоанализа блочных криптосистем / Ю. О. Чернышев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 3 (82). — С. 65–72.

3. Садовой, Н. Н. Программные утилиты для контроля и предотвращения сетевых атак на уровне доступа к сети / Н. Н. Садовой, Ю. В. Косолапов, В. В. Мкртичян // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2005. — Т. 5, № 2 (24). — С. 173–178.

4. Могилевская, Н. С. Пороговое разделение файлов на основе битовых масок: идея и возможное применение / Н. С. Могилевская, Р. В. Кульбикаян, Л. А. Журавлев // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011 — Т. 11, № 10. — С. 1749–1755.

5. Шелудько, А. А. Поиск информационных объектов в памяти компьютера при решении задач обеспечения кибербезопасности / А. А. Шелудько, Н. В. Болдырихин // Молодой исследователь Дона. — 2018. — № 6 (15). — С. 81–86.

6. Мазуренко, А. В. Обнаружение, основанное на сигнатурах, с использованием алгоритма Ахо — Корасик / А. В. Мазуренко, Н. В. Болдырихин // Тр. Сев.-Кав. ф-ла Моск. техн. ун-та связи и информатики. — 2016. — № 1. — С. 339–344.

7. Мазуренко, А. В. Алгоритм проверки подлинности пользователя, основанный на графических ключах / А. В. Мазуренко, Н. С. Архангельская, Н. В. Болдырихин // Молодой исследователь Дона. — 2016. — № 3 (3). — С. 92–95.

8. Мазуренко, А. В. Геометрическая реализация метода проведения электронных выборов, основанного на пороговом разделении секрета / А. В. Мазуренко, В. А. Стукопин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 2. — С. 246–255.

9. Алгоритмическая оценка сложности системы кодирования и защиты информации, основанной на пороговом разделении секрета, на примере системы электронного голосования / Л. В. Черкесова [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 3. — С. 145–155.

10. Антонов, Е. С. Как найти миллион. Сравнение алгоритмов поиска множества подстрок / Е. С. Антонов // RSDN Magazine. — 2011. — № 1. — С. 60–67.

11. Tarakeswar, M. K. Search Engines: A Study / M. K. Tarakeswar, M. D. Kavitha // Journal of Computer Applications. — 2011. — Vol. 4, № 1. — P. 29–33.

12. Karkkainen, J. Linear work suffix array construction / J. Karkkainen, P. Sanders, S. Burkhardt // Journal of the ACM. — 2006. — Vol. 53, № 6. — P. 918–936.

13. Баклановский, М. В. Поведенческая идентификация программ / М. В. Баклановский, А. Р. Ханов // Моделирование и анализ информационных систем. — 2014. — Т. 21, № 6. — С. 120–130.

14. Efficient repeat finding in sets of strings via suffix arrays / V. Becher [et al.] // Discrete Mathematics and Theoretical Computer Science. — 2013. — Vol. 15, № 2. — P. 59–70.

15. Shrestha, A. M. S. A bioinformatician's guide to the forefront of suffix array construction algorithms / A. M. S. Shrestha, M. C. Frith, P. Horton // Briefings in Bioinformatics. — 2014. — Vol. 15, № 2. — P. 138–154.

Сдана в редакцию 22.01.2019
Принята к публикации 12.04.2019

***Об авторах:***

***Мазуренко Александр Вадимович,***
математик-программист ООО «ДДОС-Гвард» (РФ, 344002, г. Ростов-на-Дону, пр. Буденновский, 62/2),
ORCID: http://orcid.org/0000–0001–9541–3374
mazurencoal@gmail.com

***Болдырихин Николай Вячеславович,***
доцент кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук,
ORCID: http://orcid.org/0000–0002–9896–9543,
boldyrikhin@mail.ru